QO‘QON DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI ILMIY XABARLARI
(2026-yil 10-son)

PEDAGOGIKA
PEDAGOGY

https://doi.org/10.70728/c.series.ped.v08.i10.214

BIR ÖZGARUVÇILI FUNKSIYALARNI ÖQITIŞDA GRAFIK VA ANALITIK YONDAŞUVLAR INTEGRATSIYASI

Movlonov Ma’ruf Kalandaroviç
Iqtisodiyot va pedagogika universiteti dotsenti
ORCID: 0009-0005-1737-9744
movlonovmaruf89@gmail.com

Annotatsiya. Mazkur maqolada oliy ta’lim muassasalarida bir özgaruvçili funksiyalarni öqitişda grafik va analitik yondaşuvlarni integratsiyalaşning didaktik va metodik asoslari yoritilgan. Funksiyaning aniqlaniş sohasi, qiymatlar sohasi, monotonligi, ekstremum nuqtalari, uzluksizligi va grafik xususiyatlarini örganişda analitik hisoblaşlar bilan grafik tahlilni uyğunlaştiriş masalalari tadqiq etilgan. Şuningdek, funksiyalarni öqitiş jarayonida nazariy bilimlarni vizual tasvirlar bilan boyitiş, matematik tafakkurni rivojlantiriş hamda talabalarning mustaqil tahlil qiliş könikmalarini şakllantirişga yönaltirilgan metodik yondaşuv taklif etilgan.

Kalit sözlar: bir özgaruvçili funksiya, matematik analiz, grafik yondaşuv, analitik yondaşuv, funksional tafakkur, matematik kompetensiya, vizuallaştiriş, grafik tahlil, didaktik integratsiya, matematik ta’lim.

Abstract. This article discusses the didactic and methodological foundations of integrating graphical and analytical approaçes in teaching functions of one variable in higher education institutions. It examines the integration of analytical calculations and graphical analysis in studying the domain and range of a function, its monotonicity, extrema, continuity, and graphical properties. Furthermore, a methodological approaç is proposed to enriç theoretical knowledge with visual representations, develop mathematical thinking, and foster students' independent analytical skills in the process of teaching functions.

Keywords: function of one variable, mathematical analysis, graphical approaç, analytical approaç, functional thinking, mathematical competence, visualization, graphical analysis, didactic integration, mathematics education.

Аннотация. В данной статье рассматриваются дидактические и методические основы интеграции графического и аналитического подходов при обучении функциям одной переменной в высших образовательных учреждениях. Исследуются вопросы сочетания аналитических вычислений и графического анализа при изучении области определения и множества значений функции, её монотонности, точек экстремума, непрерывности и графических свойств. Кроме того, предложен методический подход, направленный на обогащение теоретических знаний визуальными представлениями,

развитие математического мышления и формирование навыков самостоятельного анализа у студентов в процессе изучения функций.

Ключевые слова: функция одной переменной, математический анализ, графический подход, аналитический подход, функциональное мышление, математическая компетентность, визуализация, графический анализ, дидактическая интеграция, математическое образование.

Kiriş. Hozirgi kunda oliy ta’lim tizimida matematika fanlarini öqitiş jarayonini takomillaştiriş, talabalarning nazariy bilimlarini çuqurlaştiriş va matematik tuşunçalarni turli usullar yordamida anglaş imkoniyatlarini kengaytiriş dolzarb pedagogik vazifalardan biri hisoblanadi. Ayniqsa, matematik analiz fanining fundamental tuşunçalaridan biri bölgan bir özgaruvçili funksiyalarni öqitişda turli matematik yondaşuvlardan samarali foydalaniş muhim ahamiyatga ega.

Bir özgaruvçili funksiya tuşunçasi matematik analizning keyingi bölimlarini özlaştiriş uçun asos bölib xizmat qiladi. Funksiyaning limiti, uzluksizligi, hosilasi, differensiali, ekstremumlari va integrali kabi tuşunçalar bevosita funksional boğlanişlarni anglaş bilan boğliq. Şu sababli talabalar tomonidan funksiyalarni çuqur özlaştiriş matematik bilimlarning izçilligini ta’minlaydi.

An’anaviy ta’lim jarayonida funksiyalarni örganişda köpinça analitik yondaşuv, ya’ni formulalar, algebraik almaştirişlar va matematik hisoblaşlarga asosiy e’tibor qaratiladi. Biroq faqat analitik usullardan foydalaniş ayrim hollarda funksiyaning özgariş xususiyatlari, geometrik mazmuni va grafikdagi qonuniyatlarini töliq anglaş imkonini bermaydi.

Grafik yondaşuv esa matematik tuşunçalarni vizual tasvirlaş, funksiyaning özgariş xarakterini kuzatiş va matematik munosabatlarni geometrik jihatdan talqin qiliş imkonini yaratadi. Demak, grafik va analitik yondaşuvlarni özaro uyğunlaştiriş funksiyalarni öqitiş samaradorligini oşirişning muhim metodik şartlaridan biridir.

Mazkur maqolaning maqsadi bir özgaruvçili funksiyalarni öqitişda grafik va analitik yondaşuvlarni integratsiyalaşning metodik imkoniyatlarini aniqlaş, ularni amalga oşiriş bosqiçlarini işlab çiqiş hamda amaliy maşğulotlarda qöllaşga doir metodik tavsiyalarni asoslaşdan iborat.

Didaktik imkoniyatlari. Matematik analiz fanida bir özgaruvçili funksiya deb ikki özgaruvçi x va y orasidagi funksional boğlanişni ifodalovçi muhim matematik tuşunçadir. Funksiyani talabalarga öragatişda analitik va grafik yondaşuvlar öziga xos didaktik imkoniyatlarga ega.

Analitik yondaşuv funksiyani matematik formula yoki analitik ifoda orqali örganişga asoslanadi. Bunda funksiyaning aniqlaniş sohasi, qiymatlar sohasi, juft-toqligi, davriyligi, monotonligi va ekstremum nuqtalari matematik usullar yordamida aniqlanadi.

Grafik yondaşuv esa funksiyaning koordinatalar tekisligidagi tasviri orqali uning xususiyatlarini örganişni nazarda tutadi. Grafik yordamida funksiyaning ösiş va kamayiş

oraliqlari, kritik nuqtalari, uziliş nuqtalari, ekstremum naqtalari hamda boşqa muhim xususiyatlarini vizual ravişda aniqlaş mumkin.

Mazkur ikki yondaşuvning didaktik imkoniyatlarini quyidagiça ifodalaş mumkin:

Analitik yondaşuvning imkoniyatlari:

matematik qonuniyat va munosabatlarni aniqlaş;

aniq hisoblaş va isbotlaş könikmalarini şakllantiriş;

funksiyaning xossalarini matematik asoslaş;

algebraik va matematik analiz usullarini qöllaş.

Grafik yondaşuvning imkoniyatlari:

matematik tuşunçalarni vizual idrok etiş;

funksiyaning özgariş xususiyatlarini kuzatiş;

matematik boğlanişlarni geometrik talqin qiliş;

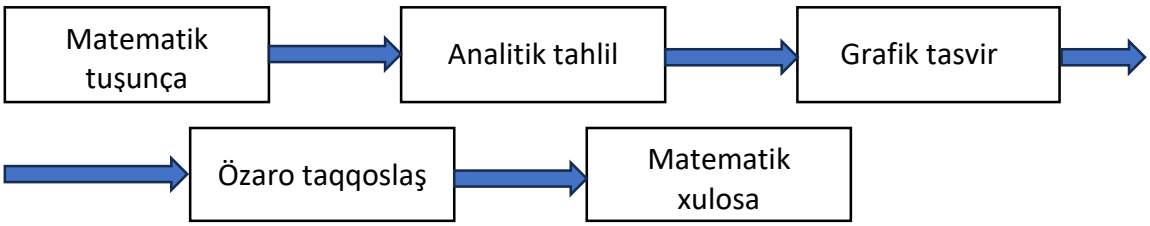
murakkab matematik munosabatlarni intuitiv anglaş.

Grafik va analitik yondaşuvlarning özaro uyğunligi talabalarda funksional tafakkurni rivojlantirişga xizmat qiladi. Çunki talaba matematik ifodani hisoblaş bilan çeklanib qolmay, olingan natijaning grafik mazmunini ham tuşunadi.

Şuningdek, grafik tasvirlar analitik natijalarni tekşiriş, matematik xatolarni aniqlaş va nazariy bilimlarni mustahkamlaş uçun ham muhim vosita hisoblanadi.

Bir özgaruvçili funksiyalarni öqitişda grafik va analitik yondaşuvlarni integratsiyalaş öquv materiallarini özaro boğliq holda taşkil etişni talab qiladi. Bunda har bir matematik tuşunça dastlab analitik jihatdan örganilib, keyinçalik grafik tasvir orqali mustahkamlanişi yoki aksinça, grafik kuzatiş asosida analitik xulosaga kelinişi mumkin.

Grafik va analitik yondaşuvlarni integratsiyalaş quyidagi ketma-ketlikda taşkil etilişi mumkin:



Uşbu ketma-ketlik talabalarning matematik tuşunçalarni turli körinişlarda ifodalaş, ular örtasidagi munosabatlarni aniqlaş va matematik bilimlarni mustaqil qöllaş könikmalarini rivojlantrişga xizmat qiladi.

Tadqiqot metodologiyasi. Grafik va analitik yondaşuvlar integratsiyasini matematik analiz fanining turli mavzularida qöllaş mumkin. Ayniqsa, funksiyaning asosiy xossalarini örganişda uşbu yondaşuvlar yuqori metodik ahamiyatga ega.

1-misol. Funksiyaning monotonligini örganiş.

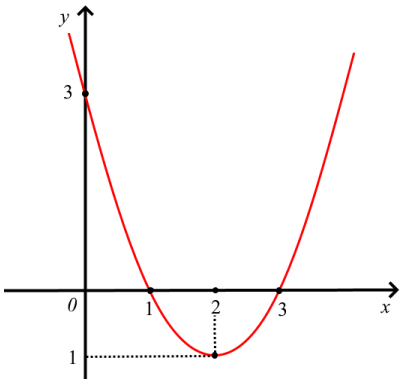
Quyidagi $\boldsymbol{f(x) = x^2 - 4x + 3}$ funksiyani qaraymiz:

Funksiyaning monotonlik oraliqlarini aniqlaş uçun uning hosilasini topib nolga tenglaştiriladi va kritik nuqta aniqlanadi:

$$\boldsymbol{f'(x) = 2x - 4,\ \ 2x - 4 = 0,\ \ x = 2.}$$

Matematik analiz kursidan ma’lumki, $f'(x) > 0$, $(2; +\infty)$ da ösuvçi böladi, $f'(x) < 0$, $(-\infty; 2)$ funksiya kamayuvçi böladi.

Grafik yondaşuv asosida uşbu funksiya yuqoriga yönalgan parabola ekanligi va uning uç nuqtasi $(2; -1)$ koordinatalarga ega ekanligi körsatiladi (1-rasm).



1-rasm

Mazkur misolda analitik hisoblaş natijalari grafik tasvir bilan tasdiqlanadi. Natijada talabalar hosila işorasi va funksiyaning monotonligi örtasidagi boğliqlikni çuqurroq anglaydi[1].

2-misol. Funksiyaning ekstremum nuqtalarini aniqlaş.

Quyidagi $f(x) = x^3 - 3x$ funksiyani ekstremum nuqtalarini topamiz:

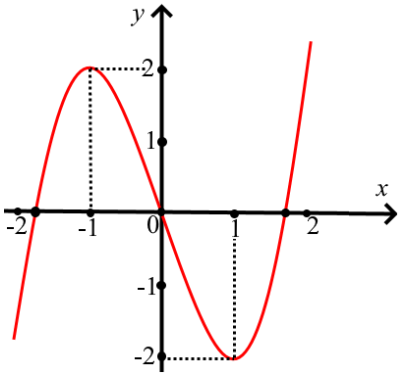
Ekstremumning mavjudligi zaruriy şartiga köra $f'(x) = 0$ dan foydalanamiz.

$f'(x) = 3x^2 - 3$, $3x^2 - 3 = 0$, $x_{1,2} = \pm 1$.

Hosila işorasini tekşiriş natijasida $x = -1$ nuqtada lokal maksimum, $x = 1$ nuqtada esa lokal minimum mavjudligi aniqlanadi.

Uşbu nuqtalarda funksiya qiymatlari: $f(-1) = 2$, $f(1) = -2$.

Demak, ekstremum nuqtalari mos ravishda $(-1; 2)$ va $(1; -2)$ koordinatalarga ega.



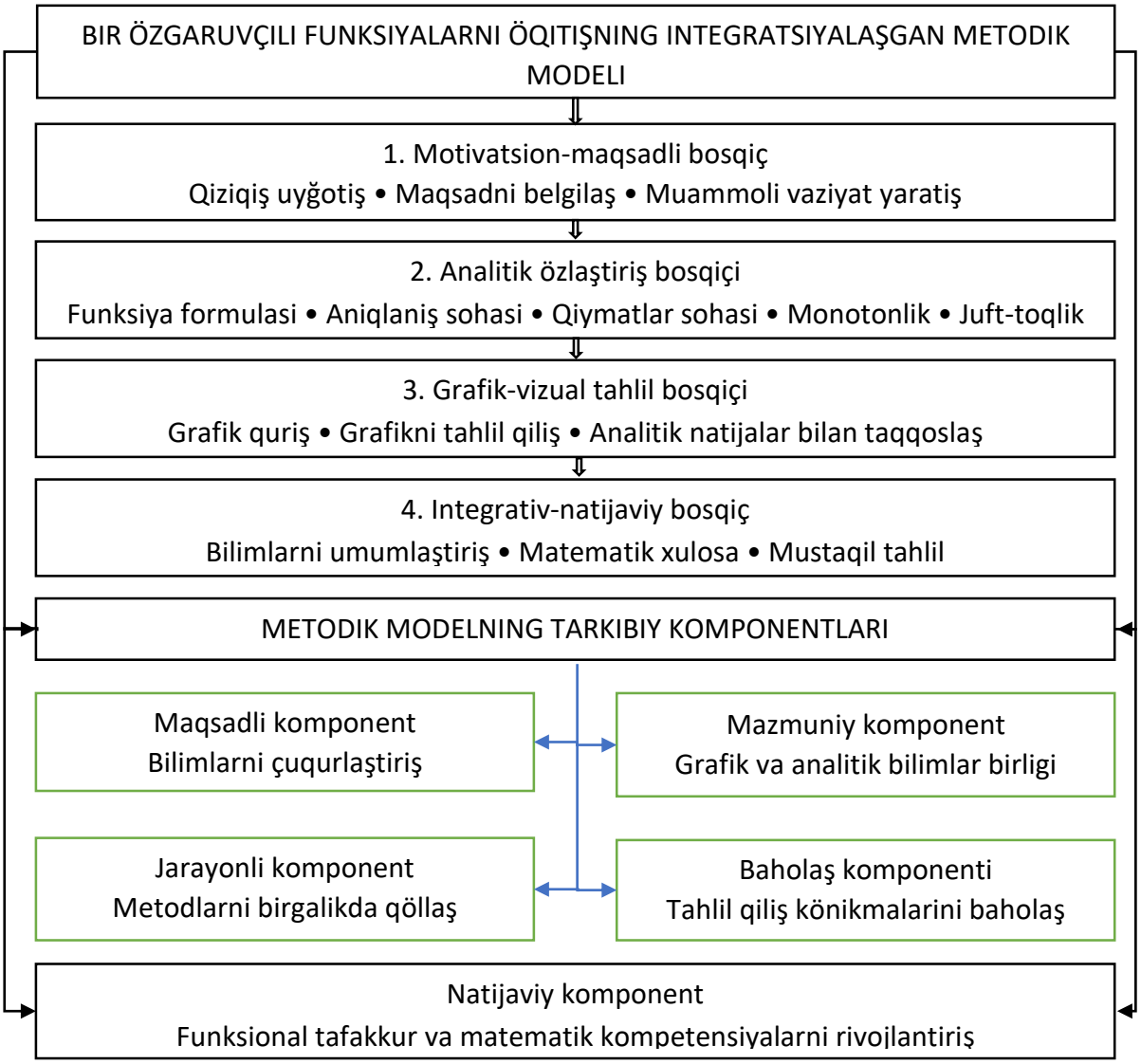
2-rasm

Grafik orqali funksiyaning ekstremum nuqtalari va uning ösiş-kamayiş xususiyatlari yaqqol namoyon böladi (2-rasm).

Keltirilgan misollar grafik va analitik yondaşuvlarni birgalikda qöllaş matematik tuşunçalarning mazmunini çuqurroq özlaştirişga yordam berişini körsatadi[1].

Tadqiqot doirasida bir özgaruvçili funksiyalarni öqitişda grafik va analitik yondaşuvlarni integratsiyalaşga asoslangan quyidagi metodik modelni taklif etiş mumkin.

Metodik modelning samaradorligi ta’lim jarayonida analitik hisoblaş, grafik tasvirlaş va matematik talqin qiliş faoliyatlarining uzviyligini ta’minlaş bilan belgilanadi.



Taklif etilgan metodik model bir özgaruvçili funksiyalarni öqitiş jarayonida grafik va analitik yondaşuvlarning özaro uzviyligini ta’minlaşga qaratilgan bölib, törtta ketma-ket bosqiç va beşta tarkibiy komponentdan taşkil topadi.

Modelning motivatsion-maqsadli bosqiçida talabalarda funksiyani örganişga qiziqişini uyğotiş, öquv maqsadlarini belgilaş hamda grafik asosida muammoli vaziyatlarni şakllantiriş nazarda tutiladi. Analitik özlaştiriş bosqiçida funksiyaning aniqlaniş sohasi, qiymatlar sohasi, juft-toqligi, monotonligi va boşqa xususiyatlari matematik usullar yordamida örganiladi[2,3].

Grafik-vizual tahlil bosqiçida analitik hisoblaşlar natijalari grafik tasvirlar orqali ifodalanadi, funksiyaning xususiyatlari vizual tahlil qilinadi hamda olingan natijalar özaro taqqoslanadi. Integrativ-natijaviy bosqiçda esa talabalar grafik va analitik ma’lumotlarni umumlaştiriş, matematik xulosalar çiqariş va mustaqil ravişda funksiyalarni tahlil qiliş faoliyatini amalga oşiradi.

Metodik modelning maqsadli, mazmuniy, jarayonli, baholaş va natijaviy komponentlari mazkur bosqiçlarning özaro uyğunligini ta’minlaydi. Xususan, maqsadli komponent ta’limning kutilayotgan natijalarini belgilasa, mazmuniy komponent grafik va analitik bilimlar integratsiyasini aks ettiradi. Jarayonli komponentda tegişli metod va vositalardan foydalaniş, baholaş komponentida talabalarning bilim va könikmalarini aniqlaş, natijaviy komponentda esa funksional tafakkur hamda matematik kompetensiyalarni rivojlantiriş közda tutiladi.

Şunday qilib, taklif etilgan metodik model bir özgaruvçili funksiyalarni öqitişda matematik formulalar, analitik hisoblaşlar va grafik tasvirlar örtasidagi uzviy boğliqlikni ta’minlaş orqali talabalarning matematik tuşunçalarni çuqur anglaşiga, mustaqil fikrlaşiga va matematik bilimlarni amaliy vaziyatlarda qöllaş qobiliyatini rivojlantirişga xizmat qiladi.

Bir özgaruvçili funksiyalarni öqitişda grafik va analitik yondaşuvlarni integratsiyalaş talabalarning matematik kompetensiyalarini rivojlantiriş uçun keng imkoniyatlar yaratadi.

Birinçidan, matematik tuşunçalarni turli körinişlarda ifodalaş könikmasi rivojlanadi. Talaba funksiyani formula, jadval va grafik orqali ifodalaş hamda ular örtasidagi boğliqlikni tuşunişga örganadi.

Ikkinçidan, tahliliy fikrlaş qobiliyati şakllanadi. Analitik hisoblaşlar yordamida olingan natijalarni grafik bilan taqqoslaş talabalarda mantiqiy xulosa çiqariş könikmasini rivojlantiradi.

Uçinçidan, matematik bilimlarni mustaqil qöllaş imkoniyatlari kengayadi. Talaba grafik asosida funksiyaning ayrim xususiyatlarini taxmin qiladi va keyinçalik ularni analitik usullar bilan tekşiradi.

Törtinçidan, raqamli texnologiyalardan foydalaniş orqali matematik bilimlarni vizuallaştiriş imkoniyatlari kengayadi. Jumladan, GeoGebra, Desmos kabi dasturlar yordamida funksiyalar grafiklarini quriş, parametrlar özgarişining grafik tasvirga ta’sirini kuzatiş va matematik qonuniyatlarni tahlil qiliş mumkin.

Mazkur dasturlardan foydalaniş an’anaviy matematik hisoblaşlarni almaştirmasligi, balki ularni töldirişi lozim. Çunki talaba grafikni tayyor dastur orqali hosil qiliş bilan çeklanib qolmasdan, uning matematik mazmunini ham mustaqil tuşuntira olişi zarur.

Şu jihatdan, integratsiyalaşgan ta’lim jarayonida quyidagi topşiriqlar tizimidan foydalaniş maqsadga muvofiq:

1. Berilgan analitik ifoda asosida funksiya grafigini quriş.
2. Grafik asosida funksiyaning aniqlaniş va qiymatlar sohasini aniqlaş.
3. Grafikdan foydalanib funksiyaning monotonlik oraliqlarini taxmin qiliş va hosila yordamida tekşiriş.
4. Funksiyaning ekstremum nuqtalarini analitik usulda topiş va grafik orqali izohlaş.
5. Berilgan grafik asosida funksiyaning mumkin bölgan analitik ifodasini aniqlaş.
6. Grafik va analitik natijalar örtasidagi nomuvofiqliklarni aniqlaş va sabablarini tuşuntiriş.

Bunday topşiriqlar tizimi talabalarning matematik bilimlarni mexanik özlaştirişidan ongli ravişda anglaş va mustaqil qöllaş darajasiga ötişiga yordam beradi[4].

Xulosa. Bir özgaruvçili funksiyalarni öqitişda grafik va analitik yondaşuvlarni integratsiyalaş matematik ta’lim samaradorligini oşirişning muhim metodik yönalişlaridan biri hisoblanadi.

Bir özgaruvçili funksiyalarni öqitişda grafik va analitik yondaşuvlarni integratsiyalaş matematik ta’lim samaradorligini oşiriş, talabalarning nazariy bilimlarini çuqurlaştiriş hamda funksional tafakkurini rivojlantirişda muhim ahamiyat kasb etadi. Grafik tasvirlar orqali funksiyalarning xususiyatlarini vizual idrok etiş, analitik usullar yordamida esa ularni matematik jihatdan asoslaş imkoniyati yaratiladi. Uşbu yondaşuvlarni özaro uyğunlaştiriş talabalarning matematik tuşunçalarni yaxlit anglaşiga, mustaqil tahlil qiliş va xulosa çiqariş

könikmalarini rivojlantirişga xizmat qiladi. Şuningdek, zamonaviy raqamli vositalardan foydalaniş ta’lim jarayonining körgazmaliligini oşirib, matematik bilimlarni özlaştiriş imkoniyatlarini kengaytiradi. Şunday qilib, grafik va analitik yondaşuvlar integratsiyasiga asoslangan metodik tizim bir özgaruvçili funksiyalarni öqitiş sifatini takomillaştirişning samarali metodik yönalişi hisoblanadi.

Şunday qilib, bir özgaruvçili funksiyalarni öqitişda grafik va analitik yondaşuvlar integratsiyasiga asoslangan metodik tizimni qöllaş matematik bilimlarning mazmunan çuqur özlaştirilişi, nazariy va geometrik tasavvurlarning uyğunlaşuvi hamda talabalarning matematik kompetensiyalarini rivojlantiriş uçun didaktik asos yaratadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Alixonov S. Matematika o‘qitish metodikasi. – Toshkent: Cho‘lpon nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi, 2011. – 304 b.

2. Stewart J. Calculus: Early Transcendentals. – 8th ed. – Boston: Cengage Learning, 2016.

3. Hass J., Heil C., Weir M. Thomas' Calculus: Early Transcendentals. – 14th ed. – Pearson, 2018.

4. Tall D. (Ed.). Advanced Mathematical Thinking. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.

5. Duval R. A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics // Educational Studies in Mathematics. – 2006. – Vol. 61. – P. 103–131.