QO‘QON DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI ILMIY XABARLARI
(2026-yil 10-son)
PEDAGOGIKA
PEDAGOGY
https://doi.org/10.70728/c.series.ped.v08.i10.008

UO‘K: 372.851:373.3

BOSHLANG‘ICH SINFDA KASRLARNI TAQQOSLASHNI O‘RGATISH: TASVIRLASH MODELLARI, O‘QUVCHILAR STRATEGIYALARI VA RAQAMLI VOSITALARNI TANLASH ASOSLARI

No’monova Durdonaxon Ulug‘bek qizi
Farg‘ona davlat universiteti,
«Ta’lim va tarbiya nazariyasi va metodikasi (boshlang‘ich ta’lim)» mutaxassisligi magistranti, Farg‘ona, O‘zbekiston

Annotatsiya. Maqolada boshlang‘ich sinf o‘quvchilariga kasrlarni taqqoslashni o‘rgatishning didaktik asoslari tahlil qilingan. Kasrni tasvirlashning to‘rt modeli — qism-butun (yuza), son o‘qi (o‘lchov), to‘plam (diskret) va bo‘lish natijasi modellari — qiyosiy o‘rganilib, har biri uchun didaktik imkoniyat va chegara aniqlandi. O‘quvchilar qo‘llaydigan beshta taqqoslash strategiyasi ajratildi hamda ularni tanlash sxemasi ishlab chiqildi. Xalqaro tadqiqotlar tahlili ikki muhim dalilni ko‘rsatadi: birinchidan, boshlang‘ich sinfdagi kasr bilimi keyingi bosqichlardagi matematik yutuqning kuchli bashoratchisi hisoblanadi, butun sonlar ustidagi amallar bilimi esa bunday bog‘liqlikni bermaydi; ikkinchidan, virtual manipulyativlarning samarasi aynan kasrlar sohasida barcha mazmun sohalari ichida eng yuqori (0,53). Shu bilan birga raqamli vositaning qaysi modelni amalga oshirishi hal qiluvchi ahamiyatga ega: faqat son o‘qi modelida mashq qilgan o‘quvchilarda o‘rganilmagan taqqoslash topshirig‘iga ko‘chish qayd etilgan. Shu asosda didaktik vazifa — model — raqamli vosita moslik xaritasi va vositani tanlashning to‘rt mezoni asoslandi.

Kalit so‘zlar: boshlang‘ich ta'lim, matematika, ulush, kasr, kasrlarni taqqoslash, tasvirlash modellari, son o‘qi, tayanch son, qoldiq strategiyasi, butun son yondashuvi, raqamli vositalar.

Аннотация. В статье проанализированы дидактические основы обучения учащихся начальных классов сравнению дробей. Сопоставлены четыре модели представления дроби — часть-целое (площадная), числовая прямая (измерительная), дискретное множество и результат деления; для каждой определены дидактические возможности и границы применения. Выделены пять стратегий сравнения, применяемых учащимися, и разработана схема их выбора. Анализ международных исследований указывает на два существенных факта: во-первых, знание дробей в начальной школе выступает сильным предиктором математических достижений на

последующих ступенях, тогда как знание действий с целыми числами такой связи не даёт; во-вторых, эффект виртуальных манипулятивов именно в области дробей оказывается наивысшим среди всех содержательных областей (0,53). При этом решающее значение имеет то, какую модель реализует цифровое средство: перенос на необученное задание на сравнение зафиксирован только у учащихся, работавших с моделью числовой прямой. На этой основе обоснованы карта соответствия «дидактическая задача — модель — цифровое средство» и четыре критерия выбора средства.

Ключевые слова: начальное образование, математика, доля, дробь, сравнение дробей, модели представления, числовая прямая, опорное число, стратегия остатка, смещение целого числа, цифровые средства.

Abstract. The article analyses the didactic foundations of teaching fraction comparison to primary school pupils. Four models of representing a fraction — part-whole (area), number line (measure), discrete set and quotient — are compared, and the didactic affordances and limits of each are established. Five comparison strategies used by pupils are identified and a scheme for selecting among them is developed. An analysis of international research points to two significant findings: first, fraction knowledge in the elementary grades is a strong predictor of later mathematics achievement, whereas knowledge of whole-number operations yields no such association; second, the effect of virtual manipulatives is highest in the domain of fractions among all content domains (0.53). At the same time, which model the digital tool realises is decisive: transfer to an untrained comparison task was observed only among pupils trained with the number line model. On this basis a «didactic task — model — digital tool» correspondence map and four criteria for selecting a tool are substantiated.

Keywords: primary education, mathematics, unit fraction, fraction, fraction comparison, representation models, number line, benchmark, residual strategy, whole number bias, digital tools.

1. KIRISH. Mamlakatimizda matematika ta'limining sifatiga qo‘yilayotgan talablar bir necha me'yoriy hujjatda aks etgan. «Ta'lim to‘g‘risida»gi Qonun ta'limni insonning qobiliyatlarini ro‘yobga chiqarish vositasi deb belgilaydi [1]; PQ-4708-son Qaror matematika o‘qitish amaliyotini yangilashni ko‘zda tutadi [2]; «Raqamli O‘zbekiston — 2030» strategiyasi esa ta'lim muassasalarini raqamli yechimlar bilan ta'minlash vazifasini qo‘yadi [3]. Yangilangan davlat ta'lim standartlari o‘quvchidan tayyor javobni eslab qolishni emas, uni asoslay olishni kutadi [21].

Boshlang‘ich sinf matematika kursida kasr mazmuni bosqichma-bosqich ochiladi: avval ulush tushunchasi (butunning teng qismlaridan biri), so‘ngra kasr yozuvi, kasrlarni taqqoslash va bir xil maxrajli kasrlar ustida amallar [4; 6]. Bu bosqich o‘quvchi uchun burilish nuqtasi hisoblanadi: u birinchi marta sanoq soni bo‘lmagan son bilan uchrashadi. Kasr sanashda hosil bo‘lmaydi, uni «nechta?» savoli bilan topib bo‘lmaydi; u ikki sondan iborat yozuv bilan beriladi, lekin o‘zi bitta son — son o‘qida aniq o‘rni bor kattalik.

Kasr bilimining strategik ahamiyati xalqaro longityud tadqiqotlarda aniq o‘lchangan. R. Siegler va hammualliflari AQSh va Buyuk Britaniya namunalarida boshlang‘ich sinfdagi kasr va bo‘lish bo‘yicha bilim o‘rta maktabdagi matematik yutuq bilan kuchli bog‘liqligini, butun sonlarni qo‘shish, ayirish va ko‘paytirish bo‘yicha bilim esa bunday bog‘liqlikni bermasligini (bog‘liqlik kuchsiz va asosan statistik jihatdan ahamiyatsiz) aniqlagan [18]. Belgiya, Xitoy va AQSh o‘quvchilarini qamrab olgan qiyosiy tadqiqotda ham kasr kattaligini tushunish umumiy matematik yutuq bilan uch mamlakatda ham ijobiy bog‘langan va bu bog‘liqlik kasrlar ustidagi hisoblash bilimi nazoratga olinganda ham saqlangan [19].

Shu bilan birga kasr — boshlang‘ich kursning eng qiyin mazmunlaridan biri. Asosiy to‘siq Y. Ni va Y.-D. Zhou tomonidan «butun son yondashuvi» (*whole number bias*) deb atalgan hodisa: o‘quvchi natural sonlarga xos xossalarni kasrlarga ham ko‘chiradi va tizimli xatoga yo‘l qo‘yadi — masalan, 8 > 5 bo‘lgani uchun 1/8 > 1/5 deb hisoblaydi [15]. TIMSS-2023 natijalari ham shu yo‘nalishga ishora qiladi: O‘zbekiston 4-sinf o‘quvchilarining matematika bo‘yicha umumiy ko‘rsatkichi 443 ball bo‘lgani holda, «mulohaza yuritish» sohasida natija atigi 428 ballni tashkil etgan [7; 20], ya'ni qiyinchilik hisoblashda emas, munosabatni tahlil qilishda.

Raqamli vositalar bu muammoni hal qilishda alohida o‘rin tutadi. Virtual manipulyativlar bo‘yicha 32 ta tadqiqot va 82 ta effekt o‘lchamini qamragan meta-tahlilda umumiy samara 0,35 deb baholangan; mazmun sohalari bo‘yicha taqsimotda esa eng yuqori ko‘rsatkich aynan **kasrlarga to‘g‘ri kelgan — 0,53**, bu geometriya (0,41), o‘lchov (0,40) va ayniqsa algebra (0,16) qiymatlaridan sezilarli yuqori [14]. Dinamik matematik dasturiy ta'minot bo‘yicha o‘tkazilgan yirik meta-tahlilda ham o‘rtacha effekt o‘lchami d = 0,632 deb topilgan [12]. Demak, kasrlar — raqamli vosita eng ko‘p foyda beradigan soha.

Biroq bu foyda avtomatik emas. N. Hamdan va E. Gunderson 2–3-sinf o‘quvchilari ustida o‘tkazgan tajribada bir guruh kasrni son o‘qida, ikkinchi guruh yuza modelida o‘rgangan; o‘rganilmagan kasrlarni taqqoslash topshirig‘iga ko‘chish esa faqat son o‘qi guruhida kuzatilgan [11]. Shuning uchun savol «raqamli vositadan foydalanish kerakmi?» emas, balki «u qaysi modelni amalga oshiradi?» tarzida qo‘yilishi lozim. Mahalliy metodik adabiyotda esa raqamli vositalar ko‘pincha umumiy imkoniyatlar tilida tavsiflanadi [5], ulush va kasr tushunchasini shakllantirish masalalari alohida yoritiladi [6], ammo model, strategiya va vosita o‘rtasidagi bog‘liqlik tizimlashtirilmagan.

Tadqiqotning maqsadi — boshlang‘ich sinfda kasrlarni taqqoslashni o‘rgatishda tasvirlash modellari va o‘quvchilar strategiyalarini qiyosiy tahlil qilish hamda shu asosda raqamli vositani tanlashning didaktik asoslarini ishlab chiqish. Vazifalar: kasrni tasvirlash modellarini qiyoslash va har birining chegarasini aniqlash; taqqoslash strategiyalarini ajratish va ularni tanlash sxemasini tuzish; didaktik vazifa, model va raqamli vosita o‘rtasidagi moslikni asoslash.

2. ADABIYOTLAR TAHLILI VA TADQIQOT METODOLOGIYASI

2.1. Kasr tushunchasining ko‘p qirrali tabiati

Matematika didaktikasida kasr yagona emas, bir necha o‘zaro bog‘liq ma'noga ega tushuncha sifatida qaraladi. M. Behr va hammualliflari taklif etgan modelda beshta tashkil

etuvchi ajratiladi: qism-butun (*part-whole*), nisbat (*ratio*), operator (*operator*), bo‘lish natijasi (*quotient*) va o‘lchov (*measure*). Ch. Charalambous va D. Pitta-Pantazi 646 nafar 5–6-sinf o‘quvchisi ishtirokida bu modelni empirik tekshirib, uning asosiy tuzilishini tasdiqlagan va tashkil etuvchilar o‘rtasida nazariyada ko‘rsatilmagan qo‘shimcha bog‘liqliklarni ham aniqlagan [8].

Boshlang‘ich sinf uchun bu natijaning amaliy ma'nosi quyidagicha: darslik va dars amaliyotida kasr deyarli har doim qism-butun ma'nosida beriladi (butunni teng bo‘lish va bo‘laklarni sanash), qolgan ma'nolar esa deyarli ochilmaydi. Natijada o‘quvchi kasrni *son* emas, *tasvir* deb qabul qiladi va uni son o‘qida joylashtira olmaydi.

2.2. Kasr kattaligi va son o‘qi

R. Siegler, K. Thompson va M. Schneider ilgari surgan integratsiyalashgan nazariyaga ko‘ra, sonli rivojlanishning mohiyati — kattalikka ega deb tushuniladigan sonlar sinfining bosqichma-bosqich kengayishi; ya'ni o‘quvchi barcha haqiqiy sonlarning kattaligi borligini va ularni son o‘qida joylashtirish mumkinligini tushunib boradi. Mualliflar 6- va 8-sinflarning 48 nafar o‘quvchisi ustida o‘tkazgan tadqiqotda kasrni son o‘qida joylashtirish aniqligi bilan matematik yutuq o‘rtasida yuqori bog‘liqlikni qayd etgan (6-sinfda r = 0,67; 8-sinfda r = 0,63), 0–1 oralig‘idagi o‘rtacha xatolik esa 6-sinfda 22 %, 8-sinfda 15 % ni tashkil etgan [17].

Shu asosda AQSh Ta'lim fanlari institutining (IES) amaliy qo‘llanmasida kasrlarni o‘qitish bo‘yicha beshta tavsiya berilgan; ikkinchi tavsiya bevosita shunday ifodalangan: «O‘quvchilarga kasr ham son ekanini va u sonlar tizimini butun sonlardan tashqariga kengaytirishini tushunishga yordam bering. Buni va boshqa kasr tushunchalarini o‘qitishda son o‘qidan markaziy tasvirlash vositasi sifatida foydalaning» [16]. Birinchi tavsiya esa kasr tushunchasini o‘quvchilarning teng bo‘lish va nisbat haqidagi norasmiy tajribasiga tayanib shakllantirishni, uchinchisi — hisoblash qoidalarining nega ishlashini tushuntirishni tavsiya etadi.

2.3. Butun son yondashuvi

Kasrlarni taqqoslashdagi xatolarning aksariyati bitta manbadan — natural sonlar haqidagi bilimni kasrlarga ko‘chirishdan kelib chiqadi [15]. Bu ko‘chirish uch xil ko‘rinishda uchraydi: (a) maxraj katta bo‘lsa kasr ham katta deb hisoblash (1/8 > 1/5); (b) surat va maxrajni ikkita mustaqil son deb qarash va ularni alohida taqqoslash; (c) ikki kasr orasida boshqa son yo‘q deb o‘ylash (natural sonlardagi kabi «keyingi son» mavjud deb hisoblash). Birinchi ikki ko‘rinish aynan taqqoslash topshiriqlarida namoyon bo‘ladi, shuning uchun taqqoslash metodikasi bu yondashuvni ataylab qarshi qo‘yishi kerak.

2.4. Tadqiqot metodologiyasi

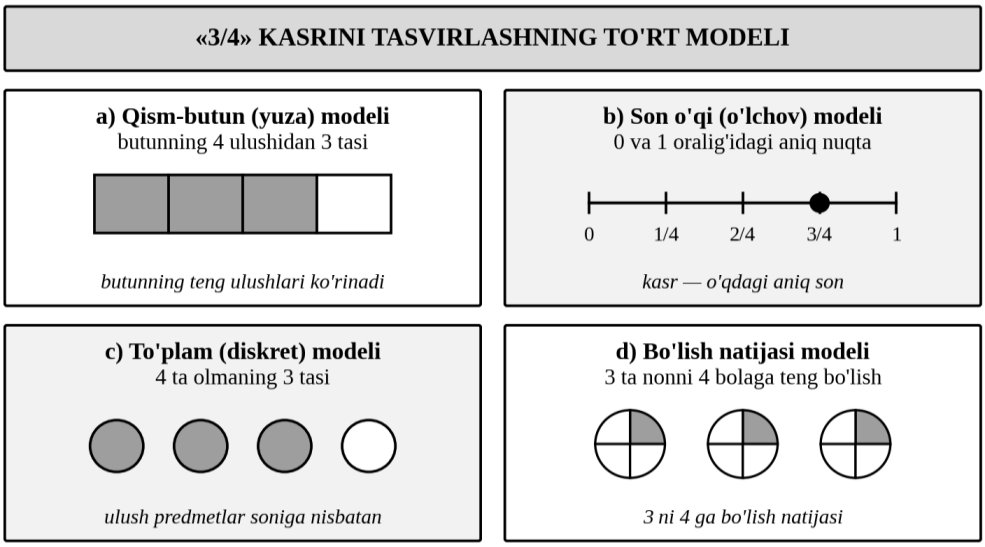
Ish nazariy-analitik xarakterga ega. Unda to‘rt metod birgalikda ishlatildi: ilmiy manbalarni qiyosiy o‘rganish; boshlang‘ich kursning kasrga oid mavzularini mazmun bo‘yicha tahlil qilish; modellar va strategiyalarni tasniflash; didaktik moslik xaritasini modellashtirish. Chet el manbalari uch shart bo‘yicha saralandi: tadqiqot boshlang‘ich yoki unga yaqin bosqichni qamrab olishi; unda empirik dalil — tajriba, meta-tahlil yoki longityud kuzatuv — bo‘lishi; nashr retsenziyalanadigan bo‘lishi. Jami 21 ta manba o‘rganildi. Ishda

mahalliy o‘quvchilar ustida o‘lchov o‘tkazilmagani, ya'ni tasnif va xarita nazariy umumlashma ekani alohida qayd etiladi.

3. NATIJALAR

3.1. Kasrni tasvirlash modellarining qiyosiy tahlili

Boshlang‘ich sinf amaliyotida kasr to‘rt xil usulda tasvirlanadi (1-rasm). Bu modellar bir-birini almashtirmaydi: har biri kasrning ma'lum bir qirrasini ko‘rsatadi va boshqa qirrasini yashiradi. Shuning uchun model tanlash didaktik vazifaga bog‘liq bo‘lishi kerak.



1-rasm. *«3/4» kasrini tasvirlashning to‘rt modeli*

Qism-butun (yuza) modeli butunni teng ulushlarga bo‘lish g‘oyasini eng yaxshi ko‘rsatadi va shuning uchun kasr bilan tanishtirishda birinchi bo‘lib qo‘llanadi. Uning chegarasi shundaki, bu model kasrni *son* emas, *bo‘lak* sifatida ko‘rsatadi: o‘quvchi 3/4 ni «bo‘yalgan uchta bo‘lak» deb tushunadi va uni boshqa kasrlar bilan bitta o‘qda qiyoslay olmaydi. **Son o‘qi (o‘lchov) modeli** aynan shu bo‘shliqni to‘ldiradi: unda kasr 0 va 1 oralig‘idagi aniq nuqta, ya'ni kattalik sifatida namoyon bo‘ladi [16; 17]. **To‘plam (diskret) modeli** ulushni predmetlar soniga nisbatan ko‘rsatadi va amaliy masalalarda qulay, lekin butunning o‘zgaruvchanligi (4 ta olmaning 3 tasi va 8 ta olmaning 6 tasi bir xil kasr) chalkashlik tug‘dirishi mumkin. **Bo‘lish natijasi modeli** kasrni 3 : 4 amali bilan bog‘laydi va keyinchalik kasrning o‘nli yozuviga o‘tishda zarur bo‘ladi.

1-jadval. *Kasrni tasvirlash modellarining didaktik imkoniyatlari va chegaralari*

Model	Nimani yaxshi ko‘rsatadi	Nimani yashiradi	Taqqoslashdagi roli
Qism-butun (yuza)	Butunning teng ulushga bo‘linishi; surat va maxrajning ma'nosi	Kasrning son ekanini; butun bir xil bo‘lmasa taqqoslash buziladi	Faqat bir xil butun chizilganda ishonchli
Son o‘qi (o‘lchov)	Kasr — 0 va 1 oralig‘idagi aniq kattalik; kasrlar tartibi	Ulushning predmetli ma'nosini; dastlabki tanishtirish uchun qiyin	Asosiy model: istalgan ikki kasrni bir o‘qda qiyoslaydi [16]

Model	Nimani yaxshi ko‘rsatadi	Nimani yashiradi	Taqqoslashdagi roli
To‘plam (diskret)	Ulushning predmetlar soniga nisbati; amaliy masalalar	Butunning o‘zgaruvchanligini; teng kasrlar turlicha ko‘rinadi	Yordamchi: faqat butunlar teng bo‘lganda
Bo‘lish natijasi	Kasr va bo‘lish amalining bog‘liqligi; teng taqsimlash	Kattalikni bevosita ko‘rsatmaydi	Taqqoslashda bilvosita: kasrni qiymatga aylantiradi

3.2. O‘quvchilar qo‘llaydigan taqqoslash strategiyalari

D. Clarke va A. Roche Avstraliyaning Viktoriya shtatida 323 nafar 6-sinf o‘quvchisi bilan yakka suhbat o‘tkazib, sakkiz juft kasrni og‘zaki taqqoslashni va javobni asoslashni so‘ragan. Eng yuqori natijaga erishgan o‘quvchilar tayanch son (*benchmark*) va qoldiq (*residual*) bo‘yicha fikr yuritgan; surati bir xil, maxraji turlicha bo‘lgan juftliklar esa kutilganidan ancha qiyin bo‘lib chiqqan [9]. Bu natija metodik jihatdan muhim: eng samarali strategiyalar odatda darslikda alohida o‘rgatilmaydi, o‘quvchi ularni o‘zi kashf etishi kutiladi.

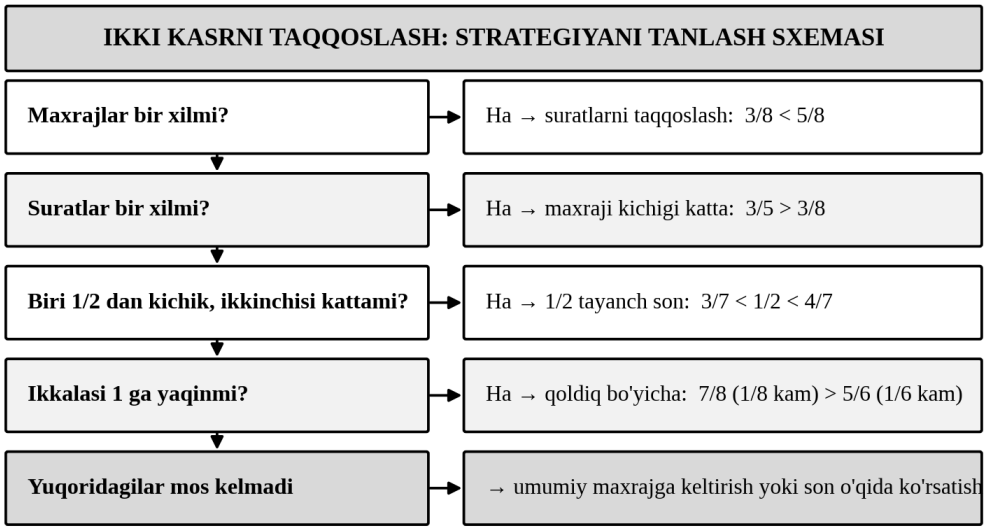
2-jadval. *Kasrlarni taqqoslash strategiyalari va ular talab qiladigan tushuncha*

Strategiya	Qachon qo‘llanadi	Namuna	Talab qiladigan tushuncha
S1. Suratlar bo‘yicha	Maxrajlar bir xil	3/8 < 5/8	Maxraj ulushning nomi, surat — ulushlar soni
S2. Maxrajlar bo‘yicha	Suratlar bir xil	3/5 > 3/8	Ulush qancha ko‘p bo‘lsa, o‘zi shuncha kichik (teskari bog‘liqlik)
S3. Tayanch son	Kasrlar 1/2 ning turli tomonida	3/7 < 1/2 < 4/7	1/2 bilan qiyoslash; o‘tkazuvchanlik (tranzitivlik)
S4. Qoldiq bo‘yicha	Ikkala kasr 1 ga yaqin	7/8 > 5/6, chunki 1/8 < 1/6	Butungacha qancha yetishmasligi va ulushlarning qiyosi
S5. Umumiy maxraj	Yuqoridagilar mos kelmaganda	2/3 va 3/5 → 10/15 va 9/15	Teng kuchli kasrlar; protsedura ma'nosi [16]

Strategiyalar murakkabligi bo‘yicha emas, qo‘llanish shartlari bo‘yicha ajraladi. S1 va S2 — eng sodda, lekin S2 aynan butun son yondashuviga qarshi turadi va shuning uchun maxsus ishlab chiqilishi kerak [15]. S3 va S4 — tayanch son va qoldiq — kasrning kattalik ekanini talab qiladi, ya'ni son o‘qi modeliga tayanadi; aynan ular eng muvaffaqiyatli o‘quvchilar strategiyasi bo‘lib chiqqan [9]. S5 esa eng universal, lekin eng kam ma'noli: u ko‘pincha tushunilmasdan, protsedura sifatida qo‘llanadi.

3.3. Strategiyani tanlash sxemasi

Strategiyalarni alohida o‘rgatish yetarli emas: o‘quvchi qaysi holatda qaysi strategiya qulay ekanini ham bilishi kerak. Shu maqsadda tanlash sxemasi ishlab chiqildi (2-rasm). Sxema protsedura emas, o‘z-o‘zini savolga tutish vositasi: o‘quvchi har safar yuqoridan pastga qarab to‘rt savolni beradi va faqat ularning hech biri mos kelmaganda umumiy maxrajga keltiradi.



2-rasm. *Ikki kasrni taqqoslashda strategiyani tanlash sxemasi*

3.4. Didaktik vazifa — model — raqamli vosita moslik xaritasi

Raqamli vositani tanlash mustaqil masala emas: u model tanlashdan kelib chiqadi, model esa didaktik vazifadan. Amaliyotda ko‘pincha teskari tartib kuzatiladi — avval mavjud dastur tanlanadi, so‘ngra unga mos vazifa qidiriladi; natijada vosita darsning mazmunini belgilab qo‘yadi. Quyidagi xarita uch bo‘g‘inni to‘g‘ri tartibda bog‘laydi: har bir didaktik vazifa uchun unga mos model, model uchun esa uni amalga oshiradigan vosita turi hamda vositaning ishlashini ta'minlaydigan shart ko‘rsatilgan (3-jadval). Oxirgi ustun ayniqsa muhim: u vosita qaysi holatda foydadan ko‘ra chalg‘ituvchiga aylanishini aytadi.

3-jadval. *Didaktik vazifa, tasvirlash modeli va raqamli vositaning mosligi*

Didaktik vazifa	Mos model	Raqamli vosita turi	Zarur shart
Ulush tushunchasi bilan tanishtirish	Qism-butun	Butunni teng bo‘luvchi interaktiv shakl (doira, to‘rtburchak)	Butun o‘zgarmasligi; bo‘laklar sonini o‘quvchi o‘zi tanlashi
Kasr — son ekanini shakllantirish	Son o‘qi	Interaktiv son o‘qi: kasrni surib joylashtirish	O‘q 0 dan 1 gacha; o‘quvchi nuqtani o‘zi qo‘yishi [11]
Ikki kasrni taqqoslash	Son o‘qi + qism-butun	Ikki modelni bir ekranda bog‘laydigan dastur	Ikki tasvir bir vaqtda va bir xil butunda ko‘rsatilishi
Tayanch son va qoldiq strategiyasini o‘rgatish	Son o‘qi	O‘qda 1/2 va 1 belgilangan dinamik model	Tayanch nuqtalar ko‘rinib turishi; javob tekshirilishi

Didaktik vazifa	Mos model	Raqamli vosita turi	Zarur shart
Teng kuchli kasrlarni ko‘rsatish	Qism-butun + to‘plam	Bo‘laklar sonini bosqichli oshiruvchi animatsiya	Yuza o‘zgarmasligi ko‘rinib turishi

Xaritadan ko‘rinadiki, son o‘qi modeli beshta vazifadan uchtasida ishtirok etadi. Bu tasodif emas: taqqoslash har doim kattaliklarni qiyoslashdir, kattalikni esa faqat o‘lchov modeli bevosita ko‘rsatadi [16; 17]. Qism-butun modeli ham zarur, lekin u yordamchi vazifani bajaradi — ulushning ma'nosini saqlaydi.

3.5. Raqamli vositani tanlash mezonlari

1. **Model aniqligi.** Vosita qaysi modelni amalga oshirayotgani ochiq bo‘lishi kerak. Bir ekranda aralashtirilgan, bog‘lanmagan tasvirlar o‘quvchini chalg‘itadi.

2. **Boshqariluvchanlik.** O‘quvchi bo‘laklar sonini, kasr qiymatini va o‘qdagi nuqtani o‘zi o‘zgartira olishi lozim; kuzatish uchun mo‘ljallangan animatsiya yetarli emas [12].

3. **Butunning barqarorligi.** Ikki kasr taqqoslanayotganda ikkala tasvirning butuni bir xil o‘lchamda bo‘lishi shart; aks holda model noto‘g‘ri xulosaga olib keladi.

4. **Kognitiv yukning cheklanishi.** Ortiqcha bezak, ovoz va bir vaqtda berilgan raqobatlashuvchi manbalar o‘rganishni pasaytiradi [13].

4. MUHOKAMA

Tahlil natijalari bir savolga javob berishga imkon beradi: nega virtual manipulyativlarning samarasi aynan kasrlar sohasida eng yuqori (0,53), algebra sohasida esa eng past (0,16) [14]? Taklif etilayotgan tushuntirish quyidagicha. Algebrada asosiy to‘siq — o‘quvchida allaqachon shakllangan noto‘g‘ri tasavvur, uni ko‘rsatish bilan o‘zgartirib bo‘lmaydi. Kasrlarda esa asosiy to‘siq boshqa turda: o‘quvchida kasr kattaligi haqida *hech qanday* tasavvur yo‘q, chunki uni sanab bo‘lmaydi va kundalik tajribada u kam uchraydi. Bu yerda ko‘rsatish — aynan yetishmayotgan narsa; shuning uchun yaxshi tanlangan vizual model tezda samara beradi.

Ammo «yaxshi tanlangan» iborasi hal qiluvchi. Hamdan va Gunderson tajribasi shuni ko‘rsatadiki, ikkala guruh ham o‘z modelida muvaffaqiyat qozongan, biroq o‘rganilmagan taqqoslash topshirig‘iga ko‘chish faqat son o‘qi guruhida kuzatilgan [11]. Buning sababi modelning o‘lchovliligida: son o‘qi bir o‘lchovli bo‘lgani uchun undagi masofa bevosita kattalikni bildiradi, yuza modelida esa kattalik ikki o‘lchov (bo‘yi va eni) orqali hosil bo‘ladi va o‘quvchi diqqati bo‘laklar soniga qaratiladi. Shu sababli metodikada ikki model ketma-ket emas, bog‘langan holda qo‘llanishi lozim: qism-butun modeli ulushning ma'nosini beradi, son o‘qi esa uni songa aylantiradi.

Uchinchi muhokama nuqtasi — strategiyalarni oshkora o‘rgatish. Clarke va Roche tadqiqotida eng muvaffaqiyatli o‘quvchilar tayanch son va qoldiq bo‘yicha fikr yuritgan [9], biroq bu strategiyalar odatda dasturda alohida o‘rin olmaydi: darslikda asosan umumiy maxrajga keltirish beriladi. Natijada o‘quvchi eng universal, lekin eng kam ma'noli yo‘lni egallaydi. Shu bilan birga o‘sha tadqiqotda surati bir xil juftliklar kutilganidan qiyin bo‘lib

chiqqani butun son yondashuvining barqarorligini ko‘rsatadi [15]: «maxraji katta bo‘lsa, kasr ham katta» tasavvuri 6-sinfgacha saqlanib qoladi.

To‘rtinchi nuqta — bu natijalarning milliy kontekstdagi ma'nosi. Boshlang‘ich sinf matematikasi metodikasida ulush va kasr mazmuni an'anaviy ravishda qism-butun modeliga tayanadi [4; 6]; son o‘qi esa asosan butun sonlar uchun ishlatiladi. Agar kasr son o‘qiga chiqarilmasa, o‘quvchi uni son deb qabul qilmaydi va keyingi bosqichlarda — o‘nli kasrlar, nisbat va algebrada — qiyinchilik to‘planadi. Siegler va hammualliflarining longityud natijasi [18] aynan shu to‘planishning uzoq muddatli oqibatini o‘lchaydi. L. Fuchs va hammualliflari esa besh tasodifiy tajribani umumlashtirib, kasrlar bo‘yicha maqsadli aralashuv 4-sinf o‘quvchilarida son o‘qida joylashtirish bo‘yicha o‘rtacha 0,93, kasrlarni qo‘shish va ayirish bo‘yicha 1,72 effekt o‘lchamini berganini qayd etgan [10] — ya'ni bu bo‘shliq bartaraf etiladigan bo‘shliq.

Cheklovlar ochiq ko‘rsatiladi. Birinchidan, xulosalar chet el namunalarida olingan natijalarni umumlashtirishga tayanadi va mahalliy o‘quvchilarda tasdiqlanmagan. Ikkinchidan, keltirilgan effekt o‘lchamlari boshqa ta'lim tizimlariga tegishli. Uchinchidan, moslik xaritasi amaliyotda sinovdan o‘tkazilishi lozim. Shu sababli keyingi bosqich sifatida 3–4-sinf o‘quvchilarida taqqoslash strategiyalarining haqiqiy taqsimotini o‘lchash va xaritaning samarasini baholash belgilanadi.

5. XULOSA.

1. Kasrni tasvirlashning to‘rt modeli — qism-butun, son o‘qi, to‘plam va bo‘lish natijasi — bir-birini almashtirmaydi: har biri kasrning ma'lum qirrasini ko‘rsatadi va boshqasini yashiradi, shuning uchun model tanlash didaktik vazifadan kelib chiqishi kerak.

2. Taqqoslashda markaziy o‘rinni son o‘qi modeli egallaydi, chunki taqqoslash kattaliklarni qiyoslashdir; qism-butun modeli esa ulushning ma'nosini saqlovchi yordamchi vazifani bajaradi.

3. O‘quvchilar qo‘llaydigan beshta taqqoslash strategiyasi ajratildi va ularni tanlash sxemasi tuzildi. Eng samarali strategiyalar — tayanch son va qoldiq — odatda alohida o‘rgatilmaydi, holbuki ular aynan eng muvaffaqiyatli o‘quvchilar yo‘li hisoblanadi.

4. Raqamli vositaning samarasi uning texnologik imkoniyatiga emas, qaysi modelni amalga oshirishiga bog‘liq: o‘rganilmagan topshiriqqa ko‘chish faqat son o‘qi modelida mashq qilganlarda kuzatilgan.

5. «Didaktik vazifa — model — raqamli vosita» moslik xaritasi va vositani tanlashning to‘rt mezoni (model aniqligi, boshqariluvchanlik, butunning barqarorligi, kognitiv yukning cheklanishi) asoslandi.

Natijalardan boshlang‘ich sinf o‘qituvchilari, darslik va raqamli resurs mualliflari hamda bo‘lajak o‘qituvchilarni tayyorlash tizimida foydalanish mumkin. Keyingi yo‘nalish — moslik xaritasini mahalliy namunada empirik tekshirish.

ADABIYOTLAR

1. O‘zbekiston Respublikasining «Ta'lim to‘g‘risida»gi Qonuni. 23.09.2020 yil, O‘RQ-637-son. https://lex.uz/docs/-5013007

2. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining «Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi Qarori. 07.05.2020 yil, PQ-4708-son. https://lex.uz/docs/-4807552

3. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining «“Raqamli O‘zbekiston — 2030” strategiyasini tasdiqlash va uni samarali amalga oshirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi Farmoni. 05.10.2020 yil, PF-6079-son. https://lex.uz/docs/-5030957

4. Jumayev, M. E., & Tadjiyeva, Z. G‘. (2005). Boshlang‘ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasi: darslik. Toshkent: Fan va texnologiya. 312 b.

5. Mirzayeva, Sh., Qodirova, M., & Rovshanova, Y. (2026). Matematika ta'limida axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanishning metodik asoslari. Maktabgacha va maktab ta'limi, 4(5), 5–8. https://doi.org/10.5281/zenodo.20252509

6. Normatova, M. A., Xoliyorova, M. X., Toirova, Sh. B., & Quvondiqova, Z. Sh. (2025). Boshlang‘ich sinflarda «ulush» va «kasr» tushunchasi. Modern Education and Development, 24(2), 196–198. https://doi.org/10.71337/inlibrary.uz.mead.118214

7. Palvannazirov, S. X. (2024). Uzbekistan's participation in the TIMSS 2023 international assessment: Results, conclusions, and strategic opportunities. https://doi.org/10.5281/zenodo.14580640

8. Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. Educational Studies in Mathematics, 64(3), 293–316. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9036-2

9. Clarke, D. M., & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. Educational Studies in Mathematics, 72(1), 127–138. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9198-9

10. Fuchs, L. S., Malone, A. S., Schumacher, R. F., Namkung, J., & Wang, A. (2017). Fraction intervention for students with mathematics difficulties: Lessons learned from five randomized controlled trials. Journal of Learning Disabilities, 50(6), 631–639. https://doi.org/10.1177/0022219416677249

11. Hamdan, N., & Gunderson, E. A. (2017). The number line is a critical spatial-numerical representation: Evidence from a fraction intervention. Developmental Psychology, 53(3), 587–596. https://doi.org/10.1037/dev0000252

12. Ji, Z., Guo, K., & Song, S. (2024). Effects of dynamic mathematical software on students' performance: A three-level meta-analysis. Journal of Educational Computing Research, 62(4), 815–840. https://doi.org/10.1177/07356331241226594

13. Mayer, R. E. (2020). Multimedia learning (3rd ed.). Cambridge: Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/9781316941355

14. Moyer-Packenham, P. S., & Westenskow, A. (2013). Effects of virtual manipulatives on student achievement and mathematics learning. International Journal of Virtual and Personal Learning Environments, 4(3), 35–50. https://doi.org/10.4018/jvple.2013070103

15. Ni, Y., & Zhou, Y.-D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. Educational Psychologist, 40(1), 27–52. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4001_3

16. Siegler, R., Carpenter, T., Fennell, F., Geary, D., Lewis, J., Okamoto, Y., Thompson, L., & Wray, J. (2010). Developing effective fractions instruction for kindergarten through 8th grade (NCEE 2010-4039). Washington, DC: U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences. https://ies.ed.gov/ncee/wwc/PracticeGuide/15

17. Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. Cognitive Psychology, 62(3), 273–296. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001

18. Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I., & Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. Psychological Science, 23(7), 691–697. https://doi.org/10.1177/0956797612440101

19. Torbeyns, J., Schneider, M., Xin, Z., & Siegler, R. S. (2015). Bridging the gap: Fraction understanding is central to mathematics achievement in students from three different continents. Learning and Instruction, 37, 5–13. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2014.03.002

20. von Davier, M., Kennedy, A., Reynolds, K., Fishbein, B., Khorramdel, L., Aldrich, C., Bookbinder, A., Bezirhan, U., & Yin, L. (2024). TIMSS 2023 international results in mathematics and science. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. https://doi.org/10.6017/lse.tpisc.timss.rs6460

21. Jalilov, K. (2026, 31-avgust). Maktablar uchun qayta ko‘rib chiqilgan davlat ta'lim standartlari va o‘quv dasturlarining yangiligi nimada? 1-qism. Gazeta.uz. https://www.gazeta.uz/oz/2026/08/31/school-program/