



<https://doi.org/10.70728/c.series.ped.v08.i09.083>

MATRITSANI DIAGONALLASHTIRISHDA MINIMAL KO‘PHADDAN FOYDALANISHNING NAZARIY VA METODIK ASOSLARI

Sadaddinova Sanobar Sabirovna,

Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Tashkent, Uzbekistan; E-mail: s.sadaddinova@tuit.uz, <https://orcid.org/0009-0000-0151-8862>, Department of Higher Mathematics, associate professor

Raximova Feruza Saidovna,

Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Tashkent, Uzbekistan; E-mail: f.raximova@tuit.uz, <https://orcid.org/0000-0002-3929-2182> Department of Higher Mathematics, senior lecturer

Payziyeva Munira Tairovna,

Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Tashkent, Uzbekistan; E-mail: munirapayzieva@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0000-1400-7287>, Department of Higher Mathematics, senior lecturer

Iskandarova Dilafruz Sharofaddin qizi

Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Tashkent, Uzbekistan; E-mail: d.iskandarova@tuit.uz, <https://orcid.org/0000-0002-8912-3456> Faculty of “Economics and Management in ICT”, Student

Kurbanmuratova Og‘ulzoda Semender gizi

Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Tashkent, Uzbekistan; E-mail: o.kurbanmuradova@tuit.uz, <https://orcid.org/0000-0002-8145-9321>, Faculty of “Software Engineering”, Student

Kurashova Muborak Chorshanbiyevna

Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Tashkent, Uzbekistan; E-mail: m.kurashova@tuit.uz, <https://orcid.org/0000-0002-3925-5460>, Faculty of “Software Engineering”, Student

Annotatsiya Ushbu maqolada kvadrat matritsalarni diagonal shaklga keltirishda minimal ko‘phaddan foydalanishning nazariy va metodik asoslari tadqiq etilgan. Xarakteristik va minimal ko‘phadlar o‘rtasidagi bog‘liqlik, Keli–Gamilton teoremasi hamda minimal ko‘phadning matritsani diagonallashtirish ehtiyojini aniqlashdagi roli yoritilgan. Minimal ko‘phadning karrali bo‘lmagan chiziqli ko‘paytuvchilarga ajralishi matritsaning diagonallashtirish ehtiyojini uchun zarur va yetarli shart sifatida asoslangan. Ushbu mezon asosida matritsani diagonallashtirish algoritmi taklif etilgan va turli holatlarni ifodalovchi misollar orqali tahlil qilingan.

Minimal ko‘phadni aniqlashning diagonallashtirishdan oldingi bosqichga kiritish talabalarida matritsaning spectral xossalarini tizimli tushunish va hisoblash jarayonini qisqartirish imkonini berishi ko‘rsatilgan.

Kalit so‘zlar: matritsa, diagonallashtirish, diagonal matritsa, minimal ko‘phad, xarakteristik ko‘phad, xos qiymat, xos vektor, algebraik karralilik, geometrik karralilik, xos fazo, Keli–Gamilton teoremasi, Jordan shakli, chiziqli algebra.

Аннотация В статье исследованы теоретические и методические основы использования минимального многочлена при решении задачи диагонализации квадратных матриц. Рассмотрены взаимосвязь характеристического и минимального многочленов, теорема Кэли–Гамильтона и роль минимального многочлена в определении диагонализуемости матрицы. Обосновано, что разложение минимального многочлена на различные линейные множители является необходимым и достаточным условием диагонализуемости матрицы над соответствующим полем. На этой основе предложен алгоритм диагонализации и проведён анализ различных случаев на конкретных примерах.

Показано, что введение этапа нахождения минимального многочлена перед диагонализацией позволяет студентам сформировать системное представление о спектральных свойствах матрицы, а также сократить объем вычислений.

Ключевые слова: матрица, минимальный многочлен, характеристический многочлен, собственное значение, собственный вектор, диагонализация, теорема Кэли–Гамильтона, подобие матриц, собственное подпространство, линейная алгебра.

Annotation The paper investigates the theoretical and methodological foundations of using the minimal polynomial in matrix diagonalization. The relationship between the characteristic and minimal polynomials, the Cayley–Hamilton theorem, and the role of the minimal polynomial in determining diagonalizability are considered. It is established that a matrix is diagonalizable over the underlying field if and only if its minimal polynomial splits into distinct linear factors. Based on this criterion, an algorithm for matrix diagonalization is proposed and several representative cases are analyzed.

The study shows that introducing the determination of the minimal polynomial as a preliminary step in diagonalization facilitates a systematic understanding of spectral properties and reduces unnecessary computational procedures.

Keywords: matrix, minimal polynomial, characteristic polynomial, eigenvalue, eigenvector, diagonalization, Cayley–Hamilton theorem, similarity transformation, eigenspace, linear algebra.

KIRISH

Chiziqli algebra fanida kvadrat matritsalarini turli kanonik shakllarga keltirish muhim nazariy va amaliy masalalardan biridir. Xususan, matritsani diagonal shaklga keltirish matritsaning darajalarini hisoblash, matritsaviy funksiyalarni aniqlash va chiziqli differensial tenglamalar sistemalarini tadqiq etishda qulay imkoniyatlar yaratadi [1–4]. Diagonallashuv masalasi xos qiymatlar va xos vektorlar nazariyasi bilan bevosita bog‘liq bo‘lib, matritsaning spektral tuzilishini chuqur o‘rganishni talab etadi.

Agar $A \in F^n$ matritsa uchun P teskarilantuvchi matritsa mavjud bo‘lib,

$$D = P^{-1}AP$$

diagonal matritsa ko‘rinishida bo‘lsa, A matritsa (F) maydon ustida diagonallashtiruvchi deyiladi [1, 2]. Bunda $A = PDP^{-1}$ tenglik ham o‘rinli bo‘ladi. Diagonal matritsaning diagonal elementlari nolga teng bo‘lishi ham mumkin; shuning uchun diagonal matritsani aniqlashda diagonal elementlarning noldan farqli bo‘lishi shart emas. An’anaviy yondoshuvda avvalo matritsaning xarakteristik ko‘phadi $\chi_A(\lambda) = \det(\lambda I - A)$ aniqlanadi. Uning ildizlari matritsaning xos qiymatlarini beradi. So‘ngra har bir xos qiymatga mos xos vektorlar topilib, ular orasidan chiziqli erkli vektorlar bazisi tuziladi [1, 5]. Biroq xarakteristik ko‘phad matritsaning ayrim algebraik xususiyatlarini to‘liq aks ettirmaydi. Ayniqsa, xarakteristik ko‘phadda karrali ildizlarning mavjudligi matritsaning diagonallashtiruvchiligi haqida o‘z-o‘zidan xulosa chiqarish imkonini bermaydi. Bu holatda minimal ko‘phad muhim qo‘shimcha vosita hisoblanadi [2, 3].

Mazkur tadqiqotning maqsadi — minimal ko‘phadning nazariy xossalari tizimlashtirish, uning matritsaning diagonallashtiruvchanligini aniqlashdagi rolini asoslash hamda ushbu yondashuvni chiziqli algebra fanini o‘qitish jarayoniga tatbiq etish metodikasini taklif qilishdan iborat.

ASOSIY QISM

$A \in F^n$ kvadrat matritsaning xarakteristik ko‘phadi $\chi_A(\lambda) = \det(\lambda I - A)$ formula orqali aniqlanadi. Bu (n) -darajali ko‘phad bo‘lib, uning ildizlari matritsaning xos qiymatlarini aniqlashda asosiy vosita hisoblanadi [1, 3].

Agar $f(x)$ ko‘phad $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k$ ko‘rinishida berilgan bo‘lsa, unga mos matritsaviy ko‘phad

$$f(A) = a_0I + a_1A + a_2A^2 + \dots + a_kA^k$$

ko‘rinishda aniqlanadi [2, 4].

A matritsaning minimal ko‘phadi $m_A(x)$ deb, $m_A(A) = 0$ shartni qanoatlantiruvchi bosh koeffitsiyenti 1 ga teng bo‘lgan eng kichik darajali noldan farqli ko‘phadga aytiladi [1, 2].

Minimal ko‘phadning muhim xossasi shundan iboratki, agar $f(x) = 0$ bo‘lsa, u holda $(f(x) : m_A(x))$, ya’ni, (A) matritsani nolga aylantiruvchi har qanday ko‘phad minimal ko‘phadga bo‘linadi [2, 6].

Keli–Gamilton teoremasiga ko‘ra $\chi_A(A) = 0$. Shuning uchun yuqoridagi xossadan $(\chi_A(x) : m_A(x))$ munosabat kelib chiqadi [1, 2, 6]. Bu natija minimal ko‘phadni aniqlashning amaliy algoritmi uchun asos bo‘lib xizmat qiladi: avval xarakteristik ko‘phad topiladi, so‘ngra uning monik bo‘luvchilari orasidan (A) ni nolga aylantiruvchi eng kichik darajali ko‘phad aniqlanadi.

Masalan, $\chi_A(x) = (x - 1)^2(x - 3)$ bo‘lsa, minimal ko‘phad quyidagi ko‘rinishlardan biriga ega bo‘lishi mumkin:

$$m_A(x) = (x - 1)(x - 3) \text{ yoki } m_A(x) = (x - 1)^2(x - 3).$$

Qaysi biri haqiqiy minimal ko‘phad ekanligini $m_A(A) = 0$ shart orqali tekshirish lozim.

Matritsaning diagonallashtiruvchanligini aniqlashda minimal ko‘phadning ildizlari muhim ahamiyatga ega.

Teorema. Agar A matritsaning minimal ko‘phadi qarayotgan maydonda chiziqli ko‘paytuvchilarga ajralsa va uning barcha ildizlari turlicha bo‘lsa, A matritsa diagonallashtiruvchan bo‘ladi, ya’ni $m_A(x) = (x - \lambda_1)(x - \lambda_2) \dots (x - \lambda_k)$, bunda $\lambda_i \neq \lambda_j, i \neq j$. Ya’ni minimal ko‘phad tegishli maydonda turli chiziqli ko‘paytuvchilarga ajralsa, matritsa diagonallashtiradi [2, 5, 6].

Aksincha, minimal ko‘phadda biror ildizning darajasi birdan katta bo‘lsa, $m_A(x) = (x - \lambda)^r q(x)$, $r > 1$, matritsa diagonallashtirilmaydi [6, 10].

Shuni alohida ta’kidlash lozimki, xarakteristik ko‘phadda takroriy ildizning mavjudligi matritsa albatta diagonallashtirilmaydi degani emas. Diagonallashtiruvchanlik uchun minimal ko‘phadning ildizlari tuzilishi hal qiluvchi ahamiyatga ega.

Matritsani diagonallashtirishga doir masalalarni yechishda quyidagi algoritmdan foydalanish mumkin:

1-qadam. Matritsaning xarakteristik ko‘phadini aniqlash: $\chi_A(x) = \det(xI - A)$;

2-qadam. Xarakteristik ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratish;

3-qadam. Uning bo‘luvchilari orasidan $m_A(A) = 0$ shartni qanoatlantiruvchi eng kichik darajali ko‘phadni aniqlash;

4-qadam. Minimal ko‘phad ildizlarining karraliligini tekshirish;

5-qadam. Agar minimal ko‘phad turli chiziqli ko‘paytuvchilardan tashkil topgan bo‘lsa, matritsa diagonallashtiradi.

6-qadam. Har bir xos qiymat uchun xos fazolar $E_\lambda = \ker(A - \lambda I)$ ni topish;

7-qadam. Xos vektorlardan tashkil topgan bazis tuzish va $P = \begin{pmatrix} v_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & v_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & v_n \end{pmatrix}$

matritsani hosil qilish.

8-qadam. Diagonal ko‘rinishni $D = P^{-1}AP$ hosil qilish.

Shunday qilib, taklif etilayotgan metodik ketma-ketlik

$\chi_A(x) \rightarrow m_A(x) \rightarrow \text{diagonallashtiruvchanlik} \rightarrow E_\lambda \rightarrow D = P^{-1}AP$.

ko‘rinishida ifodalanadi.

Mazkur ketma-ketlik matritsani diagonallashtirish masalasini faqat hisoblash amaliyoti sifatida emas, balki matritsaning algebraik tuzilishini tahlil qilish jarayoni sifatida qarash imkonini beradi.

Shunday qilib, minimal ko‘phad diagonallashtiruvchining zaruriy hisoblashlarini oldindan baholash imkonini beradi.

1-misol. (Xarakteristik ko‘phadning ildizlari turlicha bo‘lgan holat). Minimal ko‘phad yordamida $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ matritsani diagonallashtiramiz.

Dastlab, matritsaning xarakteristik ko‘phadini tuzamiz:

$$\chi_A(x) = \det(xI - A) = \begin{vmatrix} x-2 & 1 \\ 0 & x-3 \end{vmatrix} = (x-2)(x-3).$$

Buni nolga tenglab, matritsaning xos qiymatlarini topamiz: $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$.

Ikkala xos qiymat turlicha bo‘lgani uchun minimal ko‘phad quyidagicha bo‘ladi:

$$m_A(x) = (x-2)(x-3).$$

Uning ildizlari takrorlanmaydi. Demak, A matritsa diagonallashadi.

Endi xos vektorlarni topamiz: $\lambda_1 = 2$ uchun $(2I - A)x = 0$, $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

$$\lambda_2 = 3 \text{ uchun } (3I - A)x = 0, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Shunda xos vektorlar matritsasi quyidagicha bo‘ladi: $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ va A matritsaning A shakli esa $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ko‘rinishida bo‘ladi.

Diagonal matritsa to‘g‘ri topilganligini tekshirib ko‘ramiz:

$$A = PDP^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

2-misol. (Matritsaning xarakteristik ko‘phadida takroriy ildizlar bo‘lsa, matritsani diagonal ko‘rinishga keltirib bo‘lmasligi haqida).

Bizga ushbu $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ matritsa berilgan bo‘lsin. Uning xarakteristik ko‘phadi quyidagicha bo‘ladi: $\chi_A(x) = (x - 1)^2$. Bu matritsa uchun $A - I = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ munosabat o‘rinli. Ammo $(A - I)^2 = 0$ ga teng. Shuning uchun minimal ko‘phad $m_A(x) = (x - 1)^2$ ko‘rinishda bo‘ladi. Minimal ko‘phadda $x = 1$ ildiz ikki marta takrorlanganligi sababli, berilgan matritsa diagonallashmaydi.

3-misol. (Matritsaning xarakteristik ko‘phadida takroriy ildizlar bo‘lsa ham uni diagonal ko‘rinishga keltirib bo‘lishi haqida).

$$\text{Quyidagi diagonal matritsani olaylik: } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Xarakteristik ko‘phad: $\chi_A(x) = (x - 2)^2(x - 3)$. Bu ko‘phadda $x = 2$ ikki marta takrorlangan. Biroq minimal ko‘phad $m_A(x) = (x - 2)(x - 3)$ bo‘ladi.

Ko‘rinib turibdiki, minimal ko‘phadda ildizlar takrorlanmaydi. Shuning uchun matritsa diagonallashuvchidir.

Bu misoldan quyidagi muhim xulosa kelib chiqadi: **Xarakteristik ko‘phadda takroriy ildizning mavjudligi matritsaning diagonallashmasligini anglatmaydi. Diagonallashishni tekshirishda minimal ko‘phadning ildizlari tuzilishi muhimroqdir.**

Har bir xos qiymat λ ga mos xos fazo $E_\lambda = \{x \in F^n: (A - \lambda I)x = 0\}$ ko‘rinishida aniqlanadi [1, 4].

Agar matritsaning minimal ko‘phadi $m_A(x) = (x - \lambda_1)(x - \lambda_2) \dots (x - \lambda_k)$

ko‘rinishda bo‘lsa, u holda matritsaning strukturasi xos fazolar orqali tahlil qilinadi.

Diagonallashuvchanlik holatida $F^n = E_{\lambda_1} \cup E_{\lambda_2} \cup \dots \cup E_{\lambda_k}$. Bu munosabat matritsani xos vektorlar bazisida diagonal ko‘rinishga keltirishning algebraik asosini tashkil qiladi [6, 10].

Shu nuqtai nazardan minimal ko‘phad faqat hisoblash vositasi emas, balki matritsaning ichki algebraik tuzilishini tavsiflovchi invariant sifatida qaralishi mumkin.

Minimal ko‘phadning darajasi matritsaning darajalari orasidagi chiziqli bog‘lanishning eng kichik chegarasini aniqlaydi.

Agar $m_A(x) = x^r + a_{r-1}x^{r-1} + \dots + a_1x + a_0$ bo‘lsa, u holda

$A^r + a_{r-1}A^{r-1} + \dots + a_1A + a_0I = 0$ tenglik o‘rinli.

Bundan $A^r = -a_{r-1}A^{r-1} - \dots - a_1A - a_0I$ kelib chiqadi.

Natijada $A^r, A^{r+1}, \dots$ kabi yuqori darajali matritsalarini $I, A, \dots, A^{r-1}$ orqali ifodalash mumkin [3, 7].

Bu xossa matritsaviy funksiyalarni hisoblashda ham muhim ahamiyatga ega.

Agar $m_A(A) = 0$ bo‘lsa, yuqori darajali A^k matritsalarini $m_A(x)$ yordamida kichikroq darajali ifodalarga keltirish mumkin.

Misol. Minimal ko‘phadi $m_A(x) = x^2 - 5x + 6$ bo‘lgan matritsani darajalarini aniqlaymiz.

Agar $m_A(x) = x^2 - 5x + 6$ bo‘lsa, u holda $A^2 - 5A + 6I = 0$ deb yozish mumkin. Demak, $A^2 = 5A - 6I$.

Shunday qilib, matritsaning $A^2, A^3, A^4, \dots$ darajalarini faqat I birlik matritsa va A orqali ifodalash mumkin.

Agar matritsa diagonallashtirilgan bo‘lsa, unda $A = PDP^{-1}$ tenglikdan foydalanib, $A^n = PD^nP^{-1}$ formulani hosil qilish mumkin.

Diagonal matritsaning darajasi esa $D^n = \begin{pmatrix} \lambda_1^n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2^n & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n^n \end{pmatrix}$ ko‘rinishda juda oson

hisoblanadi. Shu sababli minimal ko‘phad orqali diagonallashtirish masalasini dastlabki bosqichda tahlil qilish keyingi hisoblashlarni sezilarli darajada soddalashtiradi.

Minimal ko‘phad matritsaviy funksiyalarni soddalashtirishda ham qo‘llaniladi. Matritsaning darajalari orasidagi chiziqli bog‘lanishdan foydalanib, $f(A)$ funksiyani minimal ko‘phad darajasidan kichik darajadagi matritsalar orqali ifodalash mumkin [7].

Matritsaviy eksponenta $e^A = I + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \dots$ ko‘rinishdagi cheksiz qator orqali berilgan bo‘lsa-da, A ning darajalari minimal ko‘phad yordamida kamaytirilishi mumkin [7, 11]. Bu yondashuv matritsaviy hisoblashlarning nazariy va amaliy masalalarida qo‘llaniladi. Matritsaviy funksiyalar nazariyasida o‘xshashlik almashtirishlari va matritsaning spektral xossalari muhim o‘rin tutadi [7].

Matritsalarini diagonallashtirish nazariy jihatdan qulay bo‘lsa-da, amaliy hisoblashlarda sonli barqarorlik masalasi ham muhimdir.

Adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, sonli chiziqli algebra bo‘yicha tadqiqotlarda xos qiymatlar, xos vektorlar va o‘xshashlik almashtirishlari bilan bog‘liq masalalar keng o‘rganilgan [8, 12]. G.H. Golub, C.F. Van Loan olimlar [8] adabiyotda matritsaviy hisoblashlarning nazariy hamda amaliy jihatlarini tizimli ravishda yoritib berishgan. L.N. Trefethen, D. Baular esa sonli chiziqli algebra doirasida xos qiymat masalalari va hisoblash algoritmlarini alohida ko‘rib chiqishgan [12]. Shuning uchun minimal ko‘phadga asoslangan nazariy mezon bilan sonli diagonallashtirish algoritmlarini bir-biridan farqlash zarur. Minimal ko‘phad aniq algebraik shartni beradi, sonli algoritmlar esa amaliy hisoblashdagi aniqlik va barqarorlikni ta‘minlash masalalarini hal qiladi.

Chiziqli algebra fanini o‘qitishda diagonallashtirish mavzusi ko‘pincha xos qiymat va xos vektorlarni ketma-ket hisoblash asosida tushuntiriladi. Bunday yondashuvda talaba ko‘p hollarda “nima uchun aynan shu hisoblashlar bajarilmoqda?” degan savolga to‘liq javob olmasligi mumkin.

Minimal ko‘phadni jarayonning dastlabki bosqichiga kiritish orqali quyidagi metodik ketma-ketlikni taklif etish mumkin:

Xarakteristik ko‘phad

↓

Minimal ko‘phad

↓

Diagonallashtirishchanlik mezoni

↓

Xos fazolar

↓

Diagonal shakl: $D = P^{-1}AP$.

Ushbu ketma-ketlikda talaba birinchi navbatda matritsaning algebraik tuzilishini aniqlaydi, keyin esa hisoblashga o‘tadi.

Metodik nuqtai nazardan talabalarga quyidagi uchta holatni taqqoslab berish ayniqsa samarali:

1. Xarakteristik $\chi_A(x)$ ko‘phadning barcha ildizlari turlicha;
2. Xarakteristik $\chi_A(x)$ ko‘phadda karrali ildizlar mavjud, ammo minimal $m_A(x)$ ko‘phad ildizlari turlicha;
3. Minimal $m_A(x)$ ko‘phadda karrali ildiz mavjud.

Ushbu uchta holatni bir-biri bilan solishtirish natijasida talabalar xarakteristik ko‘phadning karraliligi va matritsaning diagonallashtirishchanligi o‘rtasidagi farqni aniqroq anglaydilar.

Uchinchi holat talabalarda keng uchraydigan “xarakteristik ko‘phadda karrali ildiz bo‘lsa, matritsa diagonallashtirmaydi” degan noto‘g‘ri tasavvurni bartaraf etishda ayniqsa muhimdir.

Tadqiqotning ilmiy-metodik yangiligi quyidagilardan iborat:

Birinchidan, minimal ko‘phad matritsani diagonallashtirishning oddiy yordamchi vositasi sifatida emas, balki diagonallashtirishchanlikni oldindan aniqlash imkonini beruvchi diagnostik algebraik mezon sifatida tizimlashtirildi.

Ikkinchidan, xarakteristik ko‘phad va minimal ko‘phaddagi ildizlarning karraliligi o‘rtasidagi farq metodik jihatdan ajratib ko‘rsatildi. Natijada diagonallashtirishchanlikning haqiqiy mezoni minimal ko‘phadning turli chiziqli ko‘paytuvchilarga ajralishi ekanligi asoslandi.

Uchinchidan, minimal ko‘phadni aniqlash, diagonallashtirishchanlikni tekshirish va xos fazolarni topishni yagona algoritmik ketma-ketlikka birlashtiruvchi metodik sxema ishlab chiqildi.

To‘rtinchidan, minimal ko‘phadning matritsaviy funksiyalarni soddalashtirishdagi roli bilan diagonallashtirish masalasi o‘rtasidagi bog‘lanish ko‘rsatildi. Shu orqali minimal

ko‘phad tushunchasining faqat nazariy emas, balki amaliy hisoblashdagi ahamiyati ham asoslandi.

XULOSA

O‘tkazilgan nazariy tahlil natijasida minimal ko‘phad matritsaning muhim algebraik invariantlaridan biri bo‘lib, uning diagonallashtirishchanligini aniqlashda samarali vosita ekanligi ko‘rsatildi.

Xarakteristik ko‘phadning karrali ildizlarga ega bo‘lishi matritsaning diagonallashtirishchanligini anglatmasligi, balki bu masalada minimal ko‘phadning ildizlari karraliligi asosiy mezon bo‘lishi aniqlandi.

Minimal ko‘phad yordamida

$$\chi_A(x) \rightarrow m_A(x) \rightarrow \text{diagonallashtirishchanlik} \rightarrow E_\lambda \rightarrow D$$

ketma-ketligi asosida matritsani diagonallashtirishning tizimli algoritmi shakllantirildi.

Taklif etilgan yondashuv chiziqli algebra fanini o‘qitishda nazariy tushunchalar va amaliy hisoblashlar o‘rtasidagi bog‘lanishni kuchaytirishga xizmat qiladi. Ayniqsa, xarakteristik va minimal ko‘phadlarni taqqoslash asosida turli matritsalar sinfini tahlil qilish talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish imkonini beradi.

Kelgusida ushbu yondashuvni kompyuter algebra tizimlari yordamida minimal ko‘phadni avtomatik aniqlash, matritsaning diagonallashtirishchanligini tekshirish va o‘quv jarayoni uchun interaktiv algoritm ishlab chiqish yo‘nalishlarida rivojlantirish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Axler S. Linear Algebra Done Right. 4th ed. Cham: Springer, 2024. DOI: 10.1007/978-3-031-41026-0.
2. Horn R.A., Johnson C.R. Matrix Analysis. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
3. Hoffman K., Kunze R. Linear Algebra. 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1971.
4. Friedberg S.H., Insel A.J., Spence L.E. Linear Algebra. 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, 2013.
5. Bretscher O. Linear Algebra with Applications. 5th ed. Pearson, 2019.
6. Meyer C.D. Matrix Analysis and Applied Linear Algebra. Philadelphia: SIAM, 2000.
7. Higham N.J. Functions of Matrices: Theory and Computation. Philadelphia: SIAM, 2008. DOI: 10.1137/1.9780898717778.
8. Golub G.H., Van Loan C.F. Matrix Computations. 4th ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013.
9. Lax P.D. Linear Algebra and Its Applications. 2nd ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2007.
10. Strang G. Introduction to Linear Algebra. 5th ed. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press, 2016.
11. Lay D.C., McDonald J.J., Lay S.R. Linear Algebra and Its Applications. 6th ed. Pearson, 2021.
12. Trefethen L.N., Bau D. Numerical Linear Algebra. Philadelphia: SIAM, 1997. DOI: 10.1137/1.9780898719574.

13. Lancaster P., Tismenetsky M. The Theory of Matrices. 2nd ed. Orlando: Academic Press, 1985.
14. Horn R.A., Johnson C.R. Topics in Matrix Analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1991. DOI: 10.1017/CBO9780511840371.
15. Gantmacher F.R. The Theory of Matrices. Vol. 1. Providence, RI: Chelsea Publishing Company, 1959.