QO‘QON DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI ILMIY XABARLARI
(2026-yil 2-son)

PEDAGOGIKA

PEDAGOGY

SIRKUL VA CHIZG‘ICH YORDAMIDA GEOMETRIK KONSTRUKTSIYA: NAZARIY ASOSLAR VA AMALIY TATBIQLAR

https://doi.org/10.70728/c.series.v08.i02.062

Raximov Nasriddin, Mirsanov Norbek
Samarqand davlat pedagogika instituti
nasriddin.raximov@inbox.ru

Annotatsiya. Mazkur maqolada sirkul va chizg’ich yordamida geometrik konstruktsiyalarni yechishning nazariy asoslari va amaliy tatbiqlari tizimli tarzda yoritiladi. Konstruktsiya masalalari chiziqli geometriya va klassik teoremalarga tayangan holda, bosqichma-bosqich yechim metodlari orqali tahlil qilinadi. Maqolada shuningdek konstruktsiyaning matematik modeli, algoritmik yondashuvlari hamda ta’lim jarayonida, CAD tizimlarida (CAD tizimi — bu inglizcha Computer-Aided Design, ya’ni “kompyuter yordamida loyihalash” so‘zlarining qisqartmasi) va matematik modellashtirishda qo‘llanilishi bo‘yicha misollar keltiriladi. Ushbu yondashuv konstruktsiya masalalarining fundamental algebraik va geometrik jihatlarini tizimli tushuntirishga imkon beradi.

Kalit so‘zlar. sirkul, chizg’ich, geometrik konstruktsiya, bosqichma-bosqich yechim, amaliy tatbiq, chiziqli geometriya, algoritmik metod.

Abstract. This article systematically presents the theoretical foundations and practical applications of solving geometric constructions using a compass and straightedge. Construction problems are analyzed step by step, based on linear geometry principles and classical theorems. The article also provides the mathematical modeling of constructions, algorithmic approaches, and examples of applications in educational processes, CAD systems (CAD stands for *Computer-Aided Design*), and mathematical modeling. This approach enables a comprehensive explanation of the fundamental algebraic and geometric aspects of construction problems.

Keywords. compass, straightedge, geometric construction, step-by-step solution, practical application, linear geometry, algorithmic method.

Аннотация.В данной статье систематически рассматриваются теоретические основы и практические применения решения геометрических конструкций с использованием циркуля и линейки. Задачи построения анализируются пошагово на основе принципов линейной геометрии и классических теорем. В статье также

представлены математическая модель построений, алгоритмические подходы и примеры применения в образовательных процессах, системах CAD (CAD — *Computer-Aided Design*, то есть «проектирование с помощью компьютера») и математическом моделировании. Такой подход позволяет комплексно раскрыть фундаментальные алгебраические и геометрические аспекты задач построения.

Ключевые слова. циркуль, линейка, геометрическая конструкция, пошаговое решение, практическое применение, линейная геометрия, алгоритмический метод.

KIRISH (INTRODUCTION)

Geometrik konstruktsiyalar sirkul va chizg‘ich yordamida ming yillardan buyon o‘rganilib kelinmoqda. Klassik geometriya nazariyasi asosida ular fundamental algebraik va geometrik tushunchalarni o‘z ichiga oladi, shuningdek, chiziqli geometriya, teoremalar va multiplikativ invariantlar bilan chambarchas bog‘liqdir.

Ilmiy maqolani yozishdan asosiy maqsad:

1. Sirkul va chizg‘ich yordamida geometrik konstruktsiyalarni yechishning nazariy asoslarini tizimli tarzda bayon etish.

2. Bosqichma-bosqich yechim algoritmlarini ishlab chiqish hamda ularni ta’lim va amaliy tatbiqlarda qo‘llash imkoniyatlarini ko‘rsatish.

3. CAD tizimlari va matematik modellashtirish yordamida konstruktsiyalarni vizualizatsiya qilishni ko‘rsatish.

METODLAR (METHODS)

Mazkur maqolada sirkul va chizg‘ich yordamida geometrik konstruktsiyalarni yechishning nazariy va amaliy metodlari tizimli tarzda bayon etiladi. Bo‘limning asosiy maqsadi — konstruktsiya masalalarini bosqichma-bosqich tahlil qilish, ularni matematik modellash va amaliy tatbiqlarini aniqlashdir.

1. Nazariy metodlar

1. Klassik geometriya prinsiplariga tayangan yondashuv: Konstruktsiya masalalari nuqtalar, chiziqlar, aylana va kesmalar orqali ifodalanadi. Sirkul va chizg‘ich yordamida qurish teoremalari va qoidalarga rioya qilinadi.

2. Algebraik va geometrik tahlil: Har bir konstruktsiya masalasi fundamental algebraik va geometrik jihatlardan tahlil qilinadi, masalan, nuqtalar orasidagi masofa, aylana radiusi va chiziqlar kesishish nuqtalari.

3. Bosqichma-bosqich yechim metodikasi: Har bir konstruktsiya masalasi algoritmik qadamlar orqali yechiladi, bu esa o‘quvchilar va tadqiqotchilar uchun tushunishni yengillashtiradi.

2. Amaliy metodlar

1. Konstruktsiyani chizma asosida yechish: Sirkul va chizg‘ich yordamida masalalarni chizma tarzida amalga oshirish.

2. CAD tizimlarida modellashtirish: Geometrik konstruktsiyalarni kompyuterda yaratish, vizualizatsiya qilish va tahlil qilish. CAD (Computer-Aided Design) tizimlari yordamida chizmalar aniq o‘lchamlar va qadamlar bo‘yicha quriladi.

3. Ta’lim va amaliy tatbiqlar: Mazkur metodlar o‘quv jarayonida qo‘llaniladi, shuningdek, matematik modellashtirish va muhandislik amaliyotida amaliy tatbiq qilinadi.

3. Algoritmik yondashuv

1. Har bir konstruktsiya masalasi algoritmik tarzda formulalash orqali yechiladi.

2. Algoritmlar quyidagi qadamlarni o‘z ichiga oladi:

a. Boshlang‘ich nuqtalar va chiziqlarni aniqlash.

b. Sirkul yordamida nuqtalarni qurish va chiziqlar kesishishini aniqlash.

c. Chizma asosida shakl va qirralarni to‘liq tashkil etish.

d. Natijani CAD tizimi yoki matematik model orqali tekshirish.

4. Metodning ilmiy ahamiyati

1. Ushbu metodlar konstruktsiya masalalarini tizimli va mantiqiy ravishda yechishga, fundamental algebraik va geometrik xususiyatlarni tushunishga imkon beradi.

2. Shuningdek, metod ta’lim, matematik modellashtirish va CAD tizimlarida amaliy qo‘llanilishi bilan ilmiy ahamiyat kasb etadi.

Odatda yasashga doir geometrik masalalarni yechishni yengillashtiruvchi va uning to‘la yechilishini ta’minlovchi to‘rtta bosqichga rioya qilinadi. Ular: **analiz, yasash, isbotlash va tekshirish** bosqichlaridir.

1. Analiz (analysis) grekcha so‘z bo‘lib, bir jismni ikki hodisani bo‘laklarga ajratib tekshirish degan ma’noni bildiradi. Yasashga doir masalani analiz qilish deb, bu masalani yechishning oldindan ma’lum bo‘lgan masalalar axborati va ularni yechish tartibini aniqlashga aytiladi.

Analizda «izlangan figura topildi» deb faraz qilinib, uni masalaning talabiga mumkin qadar to‘la javob beradigan tarzda taxmin qilinadi. So‘ngra o‘sha taxminiy figuraga (ya’ni analiz chizmasiga) berilgan ma’lumotlarning bog‘liqligini aniqlash bilan masala shartiga muvofiq chizib qilinadi, bu figura asosida izlangan figura bilan masalada berilganlar orasidagi bog‘lanishlar aniqlanadi. So‘ngra bu figuraning qaysi elementlarini ketma-ketlikda yasash mumkinligi belgilanadi. Bu esa izlangan figuraning **yasash planining tuzilishini** o‘rganadi.

Analizda, ko‘pincha masalada berilganlarga tayanib, shunday yordamchi figura topish nazarda tutiladiki, bu yordamchi figuradan izlangan figuraga o‘tish mumkin bo‘lsin. Shuning uchun analiz — masala yechishning eng muhim (ijodiy) bosqichi yoki tayyorgarlik bosqichi deb ataladi.

2. Yasash — masala yechishning amaliy bosqichidir. Bu bosqichda analizda tuzilgan plan bo‘yicha sirkul va chizg‘ich yordamida izlangan figuraning ayrim elementlarini va butun figurani ustalik bilan chiza bilish talab etiladi.

3. Isbot (sintez). Bu bosqich masala yechishning sinash bosqichi bo‘lib, unda masalaning to‘g‘ri yechilganligi, ya’ni yasalgan figuraning masala talablariga javob berishi isbot qilinadi. Yasash bajarilgandan so‘ng, ularga taalluqli teoremalarga tayangan holda isbotlanadi.

4. Tekshirish. Bu bosqich ham masala yechishning ijodiy bosqichi bo‘lib, yasashga doir masalaning yechilishi umuman shu bosqichda yakunlanishi kerak.

Bu bosqichda masalada berilgan ma’lumotlarning o‘zgarishi masala yechimiga qanday ta’sir etishi o‘rganiladi, ya’ni qaysi hollarda yechimning bo‘lishi va nechta bo‘lishi, qanday hollarda yechimning bo‘lmasligi aniqlanadi.

NATIJALAR (RESULTS)

Yasashga doir masalalarni bosqichlab yechish to‘g‘ri yechim garovidir. Lekin shuni esda tutish lozimki, har qanday masalani yechishda ham bu to‘rtta bosqichga qat’iy rioya qilish shart emas. Masalaning o‘rinliligiga, sodda-murakkabligiga qarab, bu bosqichlarning ba’zilarigina tushirilishi mumkin. Masalan, yechilishi oson masala shartidan anglashilsa, analizga hojat qolmaydi, yechimning to‘g‘riligi analiz va yasashdan ochiq ma’lum bo‘lsa, isbot uchun ehtiyoj qolmaydi.

Yechim bosqichlarining mohiyatini turli qiyinlikdagi masalalarni yechish vaqtlarida ravshanroq ko‘rish mumkin.

1-masala. Berilgan uchta tomoniga ko‘ra uchburchak yasang.

Yechim. Masalani yuqorida keltirib o‘tilgan algoritm bo‘yicha yechamiz.

Analiz. Masala yechildi deb faraz qilib, izlangan uchburchakni taxminan chizib qo‘yamiz. Bunda $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Agar a kesma yasalsa, uning B va C uchlari ABC uchburchakning ikki uchi bo‘ladi. Endi uchinchi A uchining qayerda yotishini aniqlash qoladi. Buning uchun A nuqtaning quyidagi ikki xossasiga e’tibor qilamiz:

1. A nuqta B nuqtadan berilgan c masofada yotadi, demak, u B nuqtani markaz qilib c kesmaga teng radius bilan chizilgan aylanada yotar ekan.

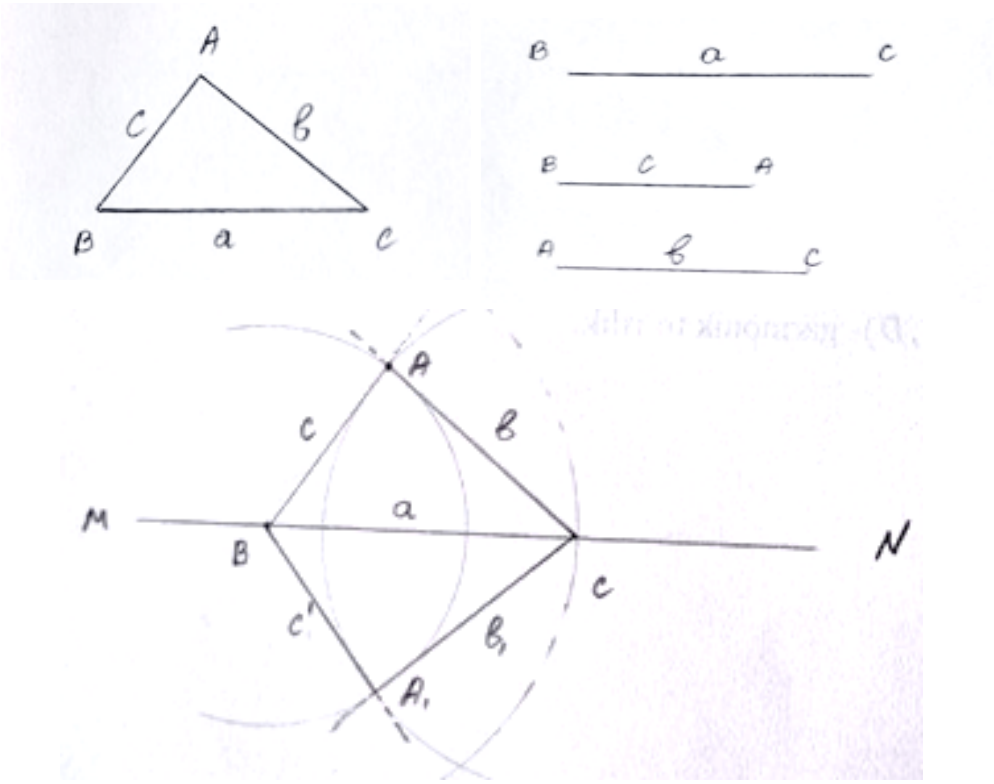
2. Ikkinchi tomondan, shu A nuqta C nuqtadan berilgan b masofada yotadi; demak, u C markazdan b kesmaga teng radius bilan chizilgan aylanada yotar ekan. Shunday qilib, uchburchakning izlangan A uchi bu ikki aylana yoylarining kesilish nuqtasi bo‘ladi.

Yasash. Ixtiyoriy MN to‘g‘ri chiziqda berilgan tomonlardan biriga, masalan, a kesmaga teng qilib BC kesma ajratamiz. Bu kesmaning B uchini markaz qilib c ga teng. Radius bilan va C uchini markaz qilib b ga teng radius bilan ikkita yoy chizamiz. Bu yoylar kesishgan A (yoki A_1) nuqtani B va C nuqtalar bilan tutashtirsak, talab etilgan ABC uchburchak hosil bo‘ladi.

Isbot. Yasashga ko‘ra, $BC = a$, $AC = b$ va $AB = c$ bo‘lgani uchun ABC uchburchak masalaning talabiga javob beradi.

Tekshirish. Berilgan kesmalar $|b - c| < a < b + c$[1]

munosabatda bo‘lgandagina uchburchak yasash mumkin. Yasash natijasida ikkita ABC va A_1BC uchburchak hosil bo‘lsa-da, bular o‘zaro teng bo‘lgani uchun masalaning javobi sifatida bulardan bittasi olinadi.



1-rasm. Masalaga mos shakl

2-masala: Trapetsiyaning kichik asosi va bir yon tomoni, asosidagi ikki burchagi berilgan. Shunga ko‘ra trapetsiya yasalsin.

Yechim. Bu masalani ham yuqoridagi algoritmga mos holatda yechamiz.

Analiz. Masala yechildi deb faraz qilib, unga tegishli taxminiy chizmani chizib olamiz (2-chizma). Bunda *ABCD* – yasalishi kerak bo’lgan trapetsiya.

Yasash ketma-ketligi.

1. *AM* nur yasab olamiz.

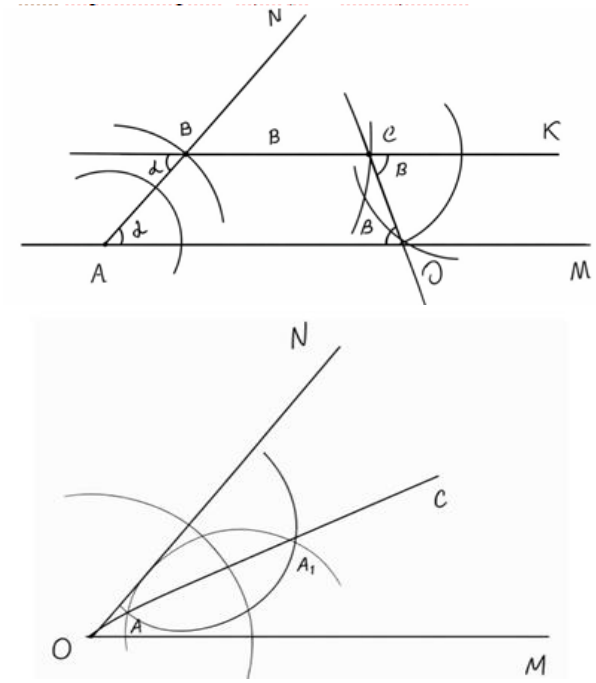
2. Yasalgan nurning *A* nuqtasini burchak uchi qilib berilgan burchaklardan birini yasab olamiz (burchak *MAN*).

3. Yasalgan burchakning *AN* nurida *A* nuqtadan boshlab bizga berilgan yon tomon uzunligiga teng bo’lgan kesma yasab olamiz va kesma oxirini *B* nuqta deb olamiz.

4. B nuqtadan AM nurga parallel BK nur yasaymiz.

5. B nuqtadan boshlab BK nurda kichik BC asosni yasab olamiz.

6. ikkinchi berilgan burchakning uchini C nuqtada qilib KCD burchakni yasab olamiz.



2-rasm. Masalaga mos shakl

MUHOKAMA (DISCUSSION)

Geometrik konstruktsiyalarni sirkul va chizg‘ich yordamida yechish jarayoni klassik geometriyaning fundamental tamoyillariga asoslanadi va u mantiqiy–algoritmik tafakkurni rivojlantirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, konstruktsiya masalalarini bosqichma-bosqich algoritmik yondashuv asosida tahlil qilish ularning nazariy mohiyatini chuqurroq anglashga imkon beradi.

Birinchidan, konstruktsiya jarayoni geometrik obyektlarning invariant xossalarini aniqlash va saqlashga asoslanadi. Masalan, kesmalar tengligi, burchaklarning o‘lchami yoki aylana radiusining o‘zgarmasligi kabi xususiyatlar qurish jarayonida nazorat qilinadi. Bu esa konstruktsiya masalalarini algebraik munosabatlar bilan bog‘lash imkonini beradi. Shunday qilib, geometrik qurish jarayoni faqat grafik tasvir emas, balki aniq mantiqiy asosga ega matematik modellashtirish jarayoni sifatida namoyon bo‘ladi.

Ikkinchidan, algoritmik yondashuv konstruktsiya masalalarini standart bosqichlarga ajratish imkonini beradi:

- masalani tahlil qilish;
- qurish rejasini ishlab chiqish;
- bevosita qurish bosqichi;
- natijani tekshirish va asoslash.

Ushbu tizimlilik nafaqat nazariy izchillikni ta’minlaydi, balki ta’lim jarayonida o‘quvchilarning mantiqiy fikrlash, dalillash va isbotlash ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

Uchinchidan, zamonaviy CAD tizimlaridan foydalanish konstruktsiya jarayonini yangi bosqichga olib chiqadi. Kompyuter yordamida modellashtirish:

- qurish jarayonining aniqligini oshiradi;
- vizual tahlil va dinamik kuzatuv imkonini beradi;
- xatoliklarni aniqlash va tuzatishni osonlashtiradi.

Shu bilan birga, CAD tizimlari klassik sirkul va chizg‘ich metodlarini to‘liq almashtirmaydi, balki ularni to‘ldiruvchi vosita sifatida xizmat qiladi. An’anaviy konstruktsiya usuli mantiqiy tafakkurni shakllantirsa, kompyuter modellashtirish uni vizual va analitik jihatdan mustahkamlaydi.

Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, konstruktsiya masalalarining matematik modeli va algoritmik tavsifi ularni formal tizimga kiritish imkonini beradi. Bu esa kelajakda avtomatlashtirilgan konstruktsiya algoritmlarini ishlab chiqish, interaktiv o‘quv platformalarini yaratish hamda muhandislik grafikasi va modellashtirish sohalarida qo‘llash imkoniyatlarini kengaytiradi.

Shunday qilib, sirkul va chizg‘ich yordamida geometrik konstruktsiyalarni o‘rganish nafaqat klassik geometriyaning muhim bo‘limi, balki zamonaviy ta’lim, modellashtirish va texnologik jarayonlar bilan uzviy bog‘liq bo‘lgan ilmiy-amaliy yo‘nalish hisoblanadi.

XULOSA (CONCLUSION)

Mazkur tadqiqotda sirkul va chizg‘ich yordamida geometrik konstruktsiyalarni yechishning nazariy asoslari hamda amaliy tatbiqlari tizimli ravishda o‘rganildi. Konstruktsiya masalalarining klassik geometriya tamoyillariga tayangan holda bosqichma-bosqich algoritmik yondashuv asosida yechilishi ularning mantiqiy va matematik mohiyatini chuqurroq ochib berishi aniqlandi.

Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, geometrik konstruktsiyalarni qurish jarayoni faqat grafik tasvirlash emas, balki aniq matematik modelga ega bo‘lgan mantiqiy–analitik faoliyatdir. Konstruktsiya bosqichlarini tahlil qilish va formal algoritm ko‘rinishida ifodalash ularni tizimli o‘rganish va ta’lim jarayonida samarali qo‘llash imkonini beradi.

Shuningdek, CAD tizimlari yordamida konstruktsiyalarni modellashtirish ularning aniqligi va vizual tahlil imkoniyatlarini kengaytirishi, natijalarni tekshirish va taqqoslash jarayonini yengillashtirishi aniqlandi. Biroq an’anaviy sirkul va chizg‘ich metodlari geometrik tafakkur va isbotlash madaniyatini shakllantirishda asosiy vosita bo‘lib qoladi.

Umuman olganda, sirkul va chizg‘ich yordamida geometrik konstruktsiyalarni o‘rganish klassik geometriyaning muhim tarkibiy qismi sifatida nafaqat nazariy ahamiyatga ega, balki

zamonaviy ta’lim, matematik modellashtirish va muhandislik grafikasi sohalarida ham amaliy qiymat kasb etadi.

Kelgusida konstruktsiya masalalarini algoritmik formalizatsiya qilish, ularni avtomatlashtirish hamda interaktiv ta’lim platformalariga integratsiya qilish istiqbolli ilmiy yo‘nalishlardan biri sifatida qaralishi mumkin.

ADABIYOTLAR (REFERENCES)

1. Coxeter H.S.M. Introduction to Geometry. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 2008.
2. Hartshorne R. Geometry: Euclid and Beyond. New York: Springer, 2013.
3. Martin G.E. Geometric Constructions. New York: Springer, 1998.
4. Posamentier A.S., Lehmann I. The Secrets of Triangles: A Mathematical Journey. Amherst, NY: Prometheus Books, 2012.
5. Cundy H.M., Rollett A.P. Mathematical Models. 3rd ed. Oxford: Oxford University Press, 2019.
6. Stillwell J. Mathematics and Its History. 3rd ed. New York: Springer, 2010.
7. Dadajonov N.D., Jo‘rayeva M. Geometriya. 1-qism. Toshkent: O‘qituvchi, 1996.
8. Yodgorov J. Chizma geometriya. Toshkent: Turon-Iqbol, 2007.
9. Sabirova D.U., Azimov A.T., Mirzaraimova V.T., Karimova V.N. Chizma geometriya va muhandislik grafikasi. Toshkent: Fan va texnologiya, 2019.
10. Abdurahmonov Sh.A. Chizma geometriya va muhandislik grafikasi asoslari. Toshkent: Tafakkur, 2018.
11. Petrunin A. Euclidean Plane and Its Relatives. Providence: American Mathematical Society, 2014.
12. Stillwell J. Elements of Mathematics: Geometry. New York: Springer, 2016.
13. Autodesk Inc. AutoCAD User Guide. San Rafael, CA: Autodesk, 2022.
14. Livio M. The Golden Ratio. New York: Broadway Books, 2017.
15. Pedoe D. Geometry: A Comprehensive Course. New York: Dover Publications, 2013.